

## Evaluation of the Combined Drought Index MCDI Based on Multivariate Copula Distribution

Narjes Shahbeygi<sup>1</sup>, Bahareh Pirzadeh<sup>2✉</sup>, Jamshid Piri<sup>3</sup>

1. Ph. D Student of Civil Engineering- Hydraulic Structures, Sistan and Baluchestan University, Zahedan, Iran  
E-mail : Narjesshabbegi@yahoo.com
2. Associate Professor of Civil Engineering, Sistan and Baluchestan University, Zahedan, Iran  
✉ E-mail : b\_pirzadeh@eng.usb.ac.ir
3. Assistant Professor of Water Engineering, Faculty of Water and Soil, Zabol University, Zabol, Iran  
E-mail : J.PIRI@uoz.ac.ir



**How to Cite:** Shahbeygi, N; Pirzadeh, B; & Piri, J. (2025). Evaluation of the Combined Drought Index MCDI Based on Multivariate Copula Distribution. *Geography and Development*, 23 (78), 105-132.

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.22111/GDIJ.2024.48446.3640>

**Received:**

21 April 2024

**Received in revised form:**

13 October 2024

**Accepted:**

8 February 2025

**Published online:**

27 March 2025

### ABSTRACT

Drought is a challenging problem that can be evaluated with multi-variable and combined perspectives. Therefore, the aim of this study is to create a comprehensive index of three indices SPI, PDSI, and SRI, which includes all aspects of meteorology, hydrology, and agriculture. For this purpose, three drought variables (severity, duration, Magnitude) were analyzed for 10 meteorological stations in Iran for the statistical period of 1990-2021, firstly using principal component analysis (PCA) and nonlinear coupling based on copula. were analyzed. The probability distribution model for constructing the MCDI composite index. It was then tested with the ability of the exact functions of Clayton, Frank, and Gamble to generate a trivariate joint distribution. The best copula function for each station was determined through the Kolmogorov-Smirnov ( $K_S$ ) test, and the results showed the superiority of the Gumbel function in most stations. Return period curves were drawn for all stations and for all three joints. The period of returns indicated a long-term frequency of drought with greater intensity for periods of 50 and 100 years. The shortest return period of 50 years with the superiority of Clayton's function related to Tabriz and with the superiority of Gumbel's function related to Tehran was 10 months and the longest period was 30 months related to Mashhad with the superiority of Gumbel's function, respectively with intensity of 6.53 and 8.95 and 26/34 were included. For the 100-year return period, the shortest period with the superiority of Clayton is related to Tabriz with 13 months and intensity of 13.75, and the longest period with the superiority of Gumbel's function belongs to Kerman with a duration of 48 months, and the intensity of 42.56. The results of this research show that the use of a multivariate composite index (MCDI) by using detailed functions provides the possibility of a more comprehensive and accurate assessment of drought on a national scale. This approach, taking into account the meteorological, hydrological, and agricultural aspects of drought, provides an efficient tool for managing water resources and strategic planning in the face of drought in different regions of Iran.

**Keywords:**

Composite index MCDI,  
Drought,  
Copula function,  
Drought indicators.



© the Author(s).

**Publisher:** University of Sistan and Baluchestan

### 1. Introduction

Drought is a severe natural disaster caused by an abnormal decrease in rainfall, the effects of which extend from the meteorological phenomenon to the fields of agriculture, hydrology, environment, economy, and in the worst case, to the loss of human lives (Waseem et al, 2015:30). Therefore, evaluating and investigating drought is very important in planning and implementing plans to deal with it. One of the common methods of drought evaluation is using drought indices. So far, many indicators have been developed by researchers to evaluate different types of droughts. Nevertheless, each of these indicators only deal with certain aspects of the drought phenomenon, so developing a composite drought index to describe drought can be useful (Esadi Aqbalaghi, 2016: 8). Since droughts are significantly different in terms of temporal and spatial characteristics from one

region to another, this phenomenon is known as a multivariate phenomenon that is often characterized by duration, intensity and magnitude variables. Magnitude) is determined (Azhdari, 1400: 2). In general, there is a significant correlation between these variables, and a better interpretation of drought can be obtained from multivariate statistical analyses. Since the probability distribution of drought variables is often not the same, it is not possible to use classical multivariate distribution functions. On the other hand, there are a newer group of multivariate distribution functions called copula function, which have been widely used in the multivariate analysis of drought (Abbasian, 2018: 23). The most important feature of copula functions is that there is no requirement for the same marginal distribution in their use. Copula functions make it possible to combine several univariate distributions from different families to make a multivariate distribution by considering the correlation between variables. These functions were first introduced by Sklar (1959) and in recent years have been considered in fields such as economics and hydrology (Guderzi et al., 2018: 353).

Therefore, studies have been conducted in this regard, and the results of studies conducted in the past indicate that in the field of drought monitoring, there is a need to provide an index that includes all physical forms of drought (meteorology, agriculture, and hydrology). Also, in the analysis of prior probabilities, more univariate and sometimes bivariate distributions have been used, while due to the different and effective variables in drought analysis, multivariate distributions on the composite index should be considered more carefully. has wings Therefore, in this article, by using the weighted combination of SPI, PDSI, and SRI, the MCDI composite index was created using the principal component analysis (PCA) method, and this composite index was created using copula functions for the joint analysis of three variables: intensity, duration and the magnitude of drought in the desired stations, and finally, the return period of three variables for three Archimedesian copula functions should be investigated.

## 2. Methods and Material

In this research, 10 stations from this region with the longest record across the country were selected. Three indices SPI, PDSI and SRI were chosen to investigate the aspects of drought, so that through their combination using the principal component analysis (PCA) method, a new composite index can be obtained that includes all meteorological, hydrological and agricultural aspects. Therefore, by creating innovation through the creation of a multivariable composite index MCDI, the period returns were investigated. Then, using the three-variable copula functions including Clayton, Frank, and Gamill, the return periods of 2,5,10,50, and 100 years were investigated and analyzed.

## 3. Results and Discussion

To calculate the composite index, first, each of the SPI, PDSI and SRI indices was calculated for the period (1990 to 2021) and then by weighting each index through the principal component analysis (PCA) method, the composite index was calculated for 10 stations. The opinion was calculated separately. According to the specified weight for each index, which is related to the data with a delay of one month, the combined CDI index was obtained for each station, which according to the research of Marwa Ali et al. (2022) showed the ability of the PCA method to evaluate the optimal weight for each index.

The weight of the parameters related to each index to create a composite index shows the effectiveness of that index in the study area. By comparing the weight of the SPI, SRI and PDSI indices, the uniform effect of these three indices can be seen, as Oliyaei et al. (2019) He mentioned it in his research. The range of changes of this index is a combination of values greater than 2 to -2, and the closer or more this value is to -2, the more severe the drought is, and the aspects of drought can be evaluated using the CDI index (Azhdari, 2021:71). Therefore, based on this, the location of the intensity, duration and peak of the combined index were compared for the two time periods of 1990 to 2005 and 2006 to 2021. The results show the increasing trend of drought between 2006 and 2021, and the longest duration and intensity of drought is related to the eastern and central regions of the

country. As Oliyaei et al. (2019) have made this prediction with a combined index for northwest Iran and Azhdari (2021) for Bandar Abbas. Then, three-variable copula functions were used to calculate each of the characteristics related to the obtained composite index. Therefore, Kendall, Spearman, and Pearson correlation coefficients were used to check the degree of correlation in multivariate distributions for each of the three-variable Clayton, Frank, and Gamble functions. The Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test of each of the fitted copula functions was determined based on the P-value according to the type of correlation coefficient. The test of the best fitted copula function is based on the P-Value value, so that the larger the P-Value and closer to one, the better the fitted copula (Azhdari,2021:39). Comparison of changes and results obtained from single indicators in the research process of Shakersoureh and Asadi (2017) for SPI, SRI and GRI indicators, Jahangir et al. (2019) for SSI and SPI and in Finally, the examination and comparison of the results of the current research with the results of Azhdari (2021) which was done for SPI and SRI indices in both single and combined modes showed the accuracy of the combined index in multivariable drought estimation compared to single indices. Since the best fitting distribution function of the input variables is necessary to calculate the joint probability function, the better the fitting distribution function is, the more accurate the calculated probability is (Hossain et al, 2020: 8).

Therefore, for most of the stations, Gamble's optimal function was considered with the highest value, and only for the two stations of Bandar Abbas and Tabriz, with P-values of 0.97 and 0.799, respectively, it is superior to Clayton's optimal function, which had the best fit. The return period of 2, 5, 10, 50 and 100 years was shown for each station separately and for three three-variable functions of Clayton, Frank and Gamble. that the minimum duration of the 50-year return period with the superiority of Clayton's function related to Tabriz and with the superiority of Gumbel's function related to Tehran was 10 months and the longest period was 30 months related to Mashhad with the superiority of Gumbel's function, respectively with intensity of 6.53, 8.95 and 34.26 are included. For the 100-year return period, the shortest duration of drought with the superiority of Clayton's function is related to Tabriz with 13 months and intensity of 13.75, and the longest duration with the superiority of Gumbel's function belongs to Kerman with duration of 48 months and intensity of 42.56. Oliyaei et al. (2019) and Kavianpour et al. (2020) have achieved it in their research process for parts of Iran. Many studies have shown that S and D generally have a strong positive correlation (Sadeghfam et al, 2022: 10). Therefore, the return period for the coming years will be a sign of drought in most provinces with intensity and long duration.

#### 4. Conclusion

This study presents a method to determine a composite index using copula functions to have a three-variable analysis of drought intensity, duration and Magnitude. Since the combined index can evaluate different aspects of drought, three variable analysis of intensity, duration and peak was performed on the MCDI index using detailed functions and its results were presented. Therefore, the results will show the recovery period for the coming years from the severe and long-term drought in most provinces. In principle, the use of a multivariable framework can help politicians, decision makers and the whole society in managing water resources. Presenting complex patterns in future studies, such as considering various variables that may cause or exacerbate drought events, will certainly improve the research process and provide new insights into the driving factors of severe droughts.

**Keywords:** Composite index MCDI, Drought, Copula function, Drought indicators.

## 5. References

- Abbasian. M.S (2020). "Development of a Model for Monitoring and Prediction of Drought under Climate Change at Watershed Scale". Sharif University of Technology Department of Civil Engineering. Dissertation for Ph.D. Degree in Civil Engineering. Iran. (In Persian)
- Ahmadi-Ardakani, S (2015). "Analysis of drought intensity and duration using detailed functions", Master's thesis, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad. Iran. (In Persian)
- Al Adaileh. H., Al Qinna. M., Barta. K., Al-Karablieh. E., Rakonczai. J., Alobeiaat. A (2019). A Drought Adaptation Management System for Groundwater Resources Based on Combined Drought Index and Vulnerability Analysis. *Earth Systems and Environment*, Vol 3: 445-461.  
<https://doi.org/10.1007/s41748-019-00118-9>
- Asadi Aghbalaghi. F (2018). "Drought Assessment in Behesht-Abad Basin Using a Composite Drought Index". Master's thesis. Shahrekord University Faculty of Agriculture Iran. (In Persian)
- Asiai, M (2006). "Drought monitoring in Mashhad (using Palmer Drought Index)", *Journal of Regional Geography and Development*, Issue 7, 167-186. (In Persian)  
<https://sid.ir/paper/98989/fa>
- Azhdari. Z (2021). " Risk Analysis of Hydrometeorological Drought Using Copula Functions (Case Study: Kol-Mehran and Bandar-Sedij Wateshde". University of Hormozgan Faculty of Agriculture and Natural Resources Ph.D. Thesis in Watershed Engineerin. Iran. (In Persian)
- Balint. Z., Mutua. F., Muchiri. P., Omuto. Ch. T (2013). Monitoring Drought with the Combined Drought Index in Kenya. *Developments in Earth Surface Processes*, Vol 16, 291-313.  
<http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-59559-1.00023-2>
- Barzaei, A (2019). "Evaluation of drought characteristics using hydrological and meteorological indices with satellite data - case study: Chelgerd sub-basin", Master's thesis in Civil Engineering - Water Resources Management, Faculty of Civil Engineering, Isfahan University of Technology. Iran. (In Persian)
- Fooladi. M (2021). "Application of Combination Models in Drought Monitoring using Remotely Sensed Datasets under Climate Change Scenarios: Assessing by Fuzzy Performance Criteria", Master's Thesis in Civil Engineering - Water Resources Engineering and Management, Isfahan University. Iran. (In Persian)
- Goodarzi. M.R., Fatehifar. A., Avazpoor. F (2020). "Bivariate Analysis of the Impact of Climate Change on Drought with SPEI Index and Coppola Functions (Case Study: Dugonbadan)". *Iran-Water Resources Research*. 15(4),352-365. (In Persian)  
<https://sid.ir/paper/99999/fa>
- Hashemi-Nasab, S. A (2018). "Presenting a combined drought monitoring index using the variable infiltration capacity (VIC) model and fuzzy theory (case study of Neyshabur watershed)", PhD thesis, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad. Iran. (In Persian)
- Hossain. M.A., Rahman. M.M., Hasan. S.S (2020). Application of combined drought index to assess meteorological drought in the south western region of Bangladesh. *Physics and Chemistry of the Earth*. 120, 102946.  
<https://doi.org/10.1016/j.pce.2020.102946>.
- Jahangir, M.H., Mousavi-Reineh, S.M. & Abolghasemi, M. (2020). Simulation of Climate Parameters of Precipitation and Discharge in Tehran Province Under CanESM2 Model (Based on Adaptation of Two Drought Indices SPI and SS). *Earth Science Research*, 11(43), 149-166.  
[doi: 10.1001.1.20088299.1399.11.3.9.2](https://doi.org/10.1001.1.20088299.1399.11.3.9.2)

- Kavianpour, M., Seyedabadi, M., Moazami, S., Aminoroayaie Yamini, O (2020). Copula Based Spatial Analysis of Drought Return Period in Southwest of Iran. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 64(4), 1051–1063.  
<https://doi.org/10.3311/PPci.16301>
- Khani Tamliah, Z. A., Rezaei, H., Mirabbasi Najafabadi, R (2010a). Application of nested detailed functions for four-variable frequency analysis of meteorological droughts (Case study: West Iran). *Journal of Soil and Water Resources Conservation*, Issue 1,93-111. (In Persian)  
<https://sid.ir/paper/412787/fa>
- Khani Tamliah, Z. A., Rezaei, H., Mirabbasi Najafabadi, R (2010 b). Analysis of three-variable frequency of drought characteristics in eastern Iran using nested detailed functions. *Journal of Iranian Water Resources Research*, Year 16, Issue 2, 202-213. (In Persian) .  
<https://sid.ir/paper/407726/fa>
- Li, Y., Gong, Y., Huang, Ch (2021). Construction of combined drought index based on bivariate joint distribution. *Alexandria Engineering Journal*, 60, 2825–2833.  
<https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.01.006>.
- Marwa Ali., Ghaith, M., Wagdy, A., M. Helmi, A (2022). Development of a New Multivariate Composite Drought Index for the Blue Nile River Basin. *Water Journal*, 14(886), 1-24.  
<https://doi.org/10.3390/w14060886>
- McKee, T. B., Doesken, N. J., and Kleist, J (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. In *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*, 17 (22), 179-183.
- Mirzaei Hassanloo, A., Obqari, H., Erfanian, M (2019). "Analysis of rainfall trends and precipitation concentration index in synoptic stations of Lake Urmia basin", *Journal of Geography and Development*, University of Sistan and Baluchestan, Year 18, Issue 59, 21-40 (In Persian)  
<http://dx.doi.org/10.22111/GDIJ.2020.5458>
- Mishra, A., Singh, V.P., Desai, V.R (2009). Drought characterization: a probabilistic approach. *Stochastic Environ Research Risk Assess*, 23(1), 41–55.  
<https://doi.org/10.1007/s00477-007-0194-2>.
- Nazaripour, H. (2015). Development of a Principal Component-Based Multivariate Composite Index for Assessment of Hydro-Meteorological Droughts in Southeast Iran (Case Study: Pishin Dam Basin). *Geography and Environmental Hazards*, Ferdowsi University of Mashhad, 4(15), 91-112. (In Persian)  
<doi:10.22067/geo.v4i3.31626>
- Olyaie, M.A., Zeynolabedin, A., Ghiasi, B., Karbasi, A (2019). Developing Combined Regional Drought Index and Presenting Return Period Curves Using Copula Function. *Modares Civil Engineering Journal (M.C.E.J)*. 19(5), 167-179. (In Persian)  
<http://mcej.modares.ac.ir/article-16-19588-fa.html>
- Sadeghfam, S., Mirahmadi, R., Khatibi, R., Mirabbasi, R., Allah Nadiri, A (2022). Investigating meteorological/ groundwater droughts by copula to study anthropogenic impacts. *Scientific Reports*, 12 (8285), 1-16.  
<https://doi.org/10.1038/s41598-022-11768-7>
- Shaker Sureh, F., Asadi, E (2019). Meteorological and hydrological drought communication in Salmas Plain. *Scientific Research Journal of Desert Ecosystem Engineering*. Year 8, Issue 22, 89-100. (In Persian)  
[doi: 10.22052/deej.2018.7.22.59. Iran.](doi:10.22052/deej.2018.7.22.59.Iran)

- Shamloo, N., Sattari, M.T., Valizadeh Kamran, Kh., Ap Aydin, H (2013). Evaluation of methods for predicting the composite agricultural drought index (CDI) based on satellite images with deep learning and machine learning methods. *Water and Soil Journal*, 37(5), 807-787. (In Persian)  
<https://doi.org/10.22067/jsw.2023.82798.1293>
- Siasar, H., Mohammad Rezapour, A., Mohammad Rezapour, M (2014). Drought monitoring using MODIS sensor data and comparison with SPI meteorological index in short-term periods, case study: Golestan province. *Journal of Geography and Development, University of Sistan and Baluchestan*, Year 22, 74, 166-186. (In Persian)  
<http://dx.doi.org/10.22111/GDIJ.2024.8175>
- Steinemann, A (2003). Drought indicators and triggers: a stochastic approach to evaluation. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 39(5), 1217-1233.  
<https://doi.org/10.1111/j.1752-1688.2003.tb03704.x>
- Waseem, M., Ajmal, M. & Kim, T.W. (2015). Development of a new composite drought index for multivariate drought assessment. *Journal of Hydrology*, 527, 30-37.  
<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.04.044>
- Zarrabi, M., Mosaedi, A., Hashemi-Nia, S. M., Qabaei Souq, M (2013). Monitoring meteorological drought conditions based on the Standardized Palmer Index (SPDI) in different climatic regions of the country. 10th International Conference, Rainwater Catchment Surface Systems, University of Kurdistan.  
(In Persian) <https://civilica.com/doc/1411174>

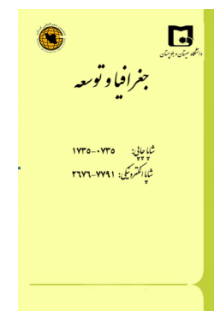


## ارزیابی شاخص ترکیبی خشکسالی «MCDI» بر اساس توزیع مشترک چندمتغیره

نرجس شاهبگی<sup>۱</sup>، دکتر بهاره پیرزاده<sup>۲</sup>، دکتر جمشید پیری<sup>۳</sup>

### مقاله پژوهشی

جغرافیا و توسعه، شماره ۷۸، بهار ۱۴۰۴  
تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۰۲  
تاریخ بازنگری داوری: ۱۴۰۳/۰۷/۲۲  
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۲۰  
صفحات: ۱۰۵-۱۳۲



واژه‌های کلیدی:

شاخص ترکیبی «MCDI» خشکسالی،  
تابع مفصل، شاخص‌های خشکسالی.

### چکیده

خشکسالی، مشکلی چالش برانگیز است اما با دیدگاه‌های چندمتغیره و ترکیبی می‌توان آن را ارزیابی کرد. تاکنون مطالعات کمی در خصوص مکانیسم و عملکرد شاخص‌ها به صورت ترکیبی انجام پذیرفته است؛ بنابراین پژوهش حاضر برای ایجاد شاخصی جامع که دربرگیرنده همه جنبه‌های هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی باشد، از سه شاخص: «SPI»، «PDSI» و «SRI» با هدف تحلیل سهم‌متغیره خشکسالی (شدت، مدت، فراوانی) برای ۱۰ ایستگاه هواشناسی ایران برای بازه آماری ۲۰۲۱-۱۹۹۰ انجام شد. ابتدا با آنالیز مؤلفه‌های اصلی «PCA» و مدل غیر خطی توزیع احتمال توأم مبتنی بر کاپولا برای ساخت شاخص ترکیبی «MCDI» پرداخته شد. سپس با قابلیت توابع مفصل کلایتون، فرانک و گامبل جهت ایجاد توزیع توأم سهم‌متغیره مورد آزمون قرار گرفت. بهترین تابع کاپولا برای هر ایستگاه از طریق آزمون «کلموگراف-اسمیرنوف» (K-S) تعیین گردید. نتایج نشان‌دهنده برتری تابع گامبل در بیشتر ایستگاه‌ها بود. منحنی‌های دوره بازگشت به ازای  $T_{OR}$  نشان از فرکانس طولانی مدت خشکسالی با شدت بیشتر برای دوره‌های ۵۰ و ۱۰۰ ساله بود. کمترین مدت دوره بازگشت ۵۰ ساله با برتری تابع کلایتون مربوط به تبریز و با برتری تابع گامبل مربوط به تهران با مدت ۱۰ ماه و بیشترین مدت، مربوط به مشهد با برتری تابع گامبل، ۳۰ ماه بود که به ترتیب با شدت ۶/۵۳، ۸/۹۵ و ۳۴/۲۶ همراه بود. برای دوره بازگشت ۱۰۰ ساله کمترین مدت با برتری کلایتون مربوط به تبریز با ۱۳ ماه و شدت ۱۳/۷۵ و بیشترین مدت با برتری تابع گامبل متعلق به کرمان با مدت ۴۸ ماه و شدت ۴۲/۵۶ بوده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از شاخص ترکیبی چندمتغیره «MCDI» با بهره‌گیری از توابع مفصل، امکان ارزیابی جامع‌تر و دقیق‌تر از خشکسالی را فراهم می‌آورد. این رویکرد با در نظر گرفتن همزمان همه-جانبه خشکسالی، ابزاری کارآمد برای مدیریت منابع آب و برنامه‌ریزی استراتژیک در مواجهه با خشکسالی در مناطق مختلف ایران ارائه می‌دهد.

### مقدمه

خشکسالی، فاجعه‌ای مخاطره‌انگیز طبیعی شدید و ناشی از کاهش غیر عادی بارندگی است که تأثیرات آن از پدیده هواشناسی تا حوزه‌های کشاورزی، هیدرولوژی، محیط‌زیست، اقتصاد و در بدترین حالت تا تلفات جانی انسان‌ها گسترش می‌یابد (Waseem et al, 2015:30)؛ بنابراین ارزیابی و بررسی خشکسالی در برنامه‌ریزی و اجرای طرح‌های مقابله با آن از اهمیت زیادی برخوردار است. یکی از روش‌های رایج ارزیابی خشکسالی، استفاده از شاخص‌های خشکسالی است. با این وجود، هر یک از این شاخص‌ها تنها به جنبه‌های خاصی از پدیده خشکسالی پرداخته‌اند؛ از این رو توسعه شاخص ترکیبی خشکسالی برای توصیف خشکسالی می‌تواند مفید باشد (اسدی آقبلاغی، ۱۳۹۶: ۸). از آنجایی که خشکسالی‌ها به طور قابل توجهی از نظر ویژگی‌های زمانی و مکانی، از یک منطقه به منطقه دیگر متفاوت می‌باشند، این پدیده به عنوان یک پدیده چندمتغیره شناخته شده و اغلب توسط متغیرهای مدت، شدت و فراوانی مشخص می‌شود (ژدری، ۱۴۰۰: ۲). معمولاً بین این متغیرها همبستگی معنی‌داری وجود دارد. این موضوع باعث می‌شود که از تحلیل‌های آماری چندمتغیره، تفسیر بهتری از خشکسالی به دست آید. از آنجایی که در بیشتر موارد، توزیع احتمال متغیرهای خشکسالی یکسان نیست، امکان استفاده از توابع توزیع چندمتغیره کلاسیک

وجود ندارد؛ بنابراین برای ارتباط معنادار متغیرها، می‌توان از دسته جدیدتری از توابع توزیع چندمتغیره به نام «تابع کاپولا» استفاده نمود که کاربرد زیادی در تحلیل چندمتغیره خشکسالی پیدا کرده‌اند (عباسیان، ۱۳۹۸: ۲۳). مهم‌ترین ویژگی «توابع کاپولا» این است که در استفاده از آن‌ها الزامی در یکسان بودن توزیع حاشیه‌ای وجود ندارد. «توابع کاپولا» امکان ترکیب چند توزیع یک متغیره از خانواده‌های متفاوت را برای ساخت یک توزیع چندمتغیره با در نظر گرفتن همبستگی بین متغیرها به‌وجود می‌آورد. این توابع ابتدا توسط اسکالر معرفی (۱۹۵۹) گردیده و در سالیان اخیر در زمینه‌هایی چون اقتصاد و هیدرولوژی مورد توجه قرار گرفته‌اند (گودرزی و همکاران، ۱۳۹۸: ۳۵۳). به‌طور کلی می‌توان گفت سه مشخصه؛ مدت<sup>۱</sup>، شدت<sup>۲</sup> و فراوانی<sup>۳</sup> خشکسالی از مشخصه‌های اصلی است. مطالعات گسترده‌ای با استفاده از شاخص‌های مختلف و ترکیب شاخص‌ها در ارتباط با تأثیر آن بر مشخصه‌های خشکسالی انجام شده‌است؛ از این‌رو ادبیات تحقیق در این پژوهش به دو بخش تقسیم شده‌است که عبارتند از:

#### ۱. مطالعات مربوط به شاخص‌های منفرد چندمتغیره:

احمدی اردکانی (۱۳۹۴) با هدف مدل‌سازی دو متغیره خشکسالی، وقوع خشکسالی و دوره بازگشت شاخص بارش استاندارد (SPI)<sup>۴</sup> را بررسی نمود. شاکرسوره و اسدی (۱۳۹۷) تأثیر خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیکی بر نوسانات سطح آب زیرزمینی را با استفاده از شاخص‌های SPI، SRI<sup>۵</sup> و GRI<sup>۶</sup> مورد مقایسه قرار دادند. گودرزی و همکاران (۱۳۹۸) با بررسی اثر تغییر اقلیم بر خشکسالی به‌وسیله شاخص SPEI<sup>۷</sup> متغیرهای شدت و مدت را برای محاسبه دوره بازگشت تحلیل نمودند. جهانگیر و همکاران (۱۳۹۹) برای فراهم آوردن یک دید کلی از شرایط خشکسالی از دو شاخص خشکسالی SSI<sup>۸</sup> و SPI استفاده نمودند. خانی تملیه و همکاران (۱۳۹۹) اثرات تغییر اقلیم برای شاخص SPImod را با انتخاب بهترین توزیع چند متغیره مدل‌سازی نمودند. میرزایی حسنلو و همکاران (۱۳۹۹) به بررسی شاخص تمرکز بارش PCI<sup>۹</sup> در مقیاس سالانه و فصلی پرداختند که نتیجه عدم توزیع یکنواخت را نشان داد. کاویان‌پور<sup>۱۰</sup> و همکاران (۲۰۲۰) با هدف ارائه روشی آماری براساس دو ویژگی همزمان شدت و مدت با استفاده از داده‌های شاخص SPI تابع احتمال مشترک دو متغیره را ساختند. صادق‌فام<sup>۱۱</sup> و همکاران (۲۰۲۲) با بررسی خشکسالی‌های هواشناسی و خشکسالی‌های آب‌های زیرزمینی، دوره بازگشت‌های را از طریق روش کاپولا استخراج نمودند. سیاسر و همکاران (۱۴۰۳) با استفاده از شاخص‌های SPI، TCI<sup>۱۲</sup>، VHI و VCI<sup>۱۳</sup> به‌کمک تصاویر ماهواره‌ای سنجنده مودیس را مورد بررسی قرار داده و نتایج ضریب همبستگی نمایه‌ها VCI، VHI و TCI با شاخص هواشناسی SPI را نشان دادند.

1. Duration
2. Severity
3. Magnitude
4. Standard Precipitation Index
5. Standard Runoff Index
6. Groundwater Resources Index
7. Standardized Precipitation Evapotranspiration Index
8. Standardized Soil moisture Index
9. Precipitation Concentration Index
- 10 Kavianpour
- 11 Sadeghfam
12. Temperature Condition Index
13. Vegetable Condition Index

## ۲. مطالعات مربوط به شاخص ترکیبی و تأثیر آن بر روند خشکسالی:

بالینت<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۱۳) به منظور بررسی خشکسالی، با استفاده از شاخص ترکیبی CDI<sup>۲</sup> نشان دادند که شاخص ترکیبی قادر به تحلیل تغییرات آب‌وهوایی برای حوضه مورد مطالعه است. واسم<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۱۵) CDI پیشنهادی را براساس اندازه‌گیری شباهت وزنی و ناهنجاری ناشی از مرطوب‌ترین و خشک‌ترین شرایط ممکن منطقه بررسی نمودند. نظری‌پور (۱۳۹۴) شاخص ترکیبی چندمتغیره بر مبنای خشکسالی آب‌وهواشناختی را برای جنوب ایران توسعه داد. اسدی‌آق‌بلاغی (۱۳۹۶) با ارزیابی خشکسالی هواشناسی و آب زیرزمینی و ترکیب دو شاخص SPI و GRI پرداخت که نتایج شاخص CDI قادر به توصیف رفتار ترکیبی خشکسالی در محدوده مورد نظر بود. هاشمی‌نسب (۱۳۹۷) با ترکیب فاکتورهای هواشناسی و هیدرولوژی و کشاورزی توانست تئوری مجموعه-متغیرهای فازی جهت ایجاد شاخص خشکسالی یکپارچه فازی (FIDI)<sup>۴</sup> را توسعه دهد. علیایی و همکاران (۱۳۹۷) با ایجاد شاخص ترکیبی CDI و با تحلیل توأم شدت و مدت خشکسالی، منحنی‌های دوره بازگشت را به‌ازای دو حالت عطفی و فصلی بررسی نمودند. برضائی (۱۳۹۸) مشخصه‌های خشکسالی (آغاز، پایان، شدت و مدت) را با استفاده از دو شاخص تک متغیره SPI و SRI و یک شاخص چند متغیره ترکیبی NMSDI مورد ارزیابی قرار داد. آدائیله<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۱۹) به بررسی اثرات خشکسالی بر حوضه‌های آب‌زیرزمینی براساس اندازه‌گیری شدت و احتمال وقوع خشکسالی با استفاده از شاخص ترکیبی CDI پرداختند. حسین<sup>۶</sup> و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از داده‌های بارندگی، دما و آب‌های زیرزمینی به ارزیابی خشکسالی با مقادیر شاخص ترکیبی خشکسالی CDI پرداختند. نتایج برای خشکسالی شدید، اغلب منطقه جنوب غربی بنگلادش را نشان داد. لی<sup>۷</sup> و همکاران (۲۰۲۱) در مطالعه خود براساس تابع کاپولا شاخص ترکیبی خشکسالی دو متغیره  $BCDI_{bcf}$  را پیشنهاد نمودند که می‌تواند به‌طور جامع ویژگی‌های هواشناسی و هیدرولوژیکی را مشخص کند. اژدری (۱۴۰۰) نیز از دو روش خطی شامل PCA<sup>۸</sup> و CCA<sup>۹</sup> و مدل غیر خطی توزیع احتمال توأم مبتنی بر کاپولا برای ساخت شاخص ترکیبی استفاده نمود و دوره بازگشت و ریسک توأم سه متغیره را بررسی کرد. مروا علی<sup>۱۰</sup> و همکاران (۲۰۲۲) با هدف ارزیابی خشکسالی و ایجاد شاخص ترکیبی شامل SPI، SRI، SSI و sETI وزن بهینه برای هر شاخص را از طریق روش PCA طراحی و نتایج حاصل از شاخص‌های تکی را با شاخص ترکیبی ایجادشده مقایسه نمودند. شاملو و همکاران (۱۴۰۲) شاخص ترکیبی مبتنی بر شاخص‌های VCI، TCI و CWSI را محاسبه نمودند. در نتیجه شاخص ترکیبی خشکسالی (CDI) ارزیابی خشکسالی کشاورزی به‌خصوص در حوضه‌های فاقد آمار را با اطمینان کافی نشان داد.

نتایج مطالعات گذشته نشان‌دهنده نیاز به ارائه شاخصی جامع در عرصه پایش خشکسالی که دربرگیرنده تمام اشکال فیزیکی خشکسالی (هواشناسی، کشاورزی و هیدرولوژی) است. همچنین، در تحلیل‌های پیشین، اغلب از توزیع‌های تک‌متغیره و گاهاً دو متغیره استفاده شده است، در حالی که به‌دلیل متغیرهای متفاوت و مؤثر در تحلیل خشکسالی، در نظر گرفتن توزیع‌های چندمتغیره روی شاخص ترکیبی دقت بیشتری به‌دنبال دارد. هدف اصلی این

1. Balint
2. Combined Drought Index
3. Waseem
4. Fuzzy Integrated Drought Index
5. Al Adaileh
6. Hossain
7. Li
8. Principal Component Analysis
9. Central Correlation Analysis
10. Marwa Ali

پژوهش، ارائه و ارزیابی یک شاخص ترکیبی جدید برای پایش جامع خشکسالی است. در این راستا، با استفاده از ترکیب وزنی سه شاخص SPI، PDSI و SRI توسط روش آنالیز مؤلفه‌های اصلی (PCA)، شاخص ترکیبی MCDI ایجاد شد. نوآوری اصلی این تحقیق، استفاده از توابع کاپولای سه‌متغیره برای شاخص ترکیبی و تحلیل توأم سه متغیره شدت، مدت و فراوانی خشکسالی است. با توجه به پیچیدگی و دشواری محاسبه توابع کاپولای سه‌متغیره، این رویکرد چالش‌برانگیز اما ضروری برای درک جامع‌تر پدیده خشکسالی است. در این مطالعه، شاخص ترکیبی MCDI در ایستگاه‌های مورد نظر ارزیابی شده و در نهایت دوره‌های بازگشت سه‌متغیره برای سه تابع کاپولای ارضمیدسی مورد بررسی قرار گرفته است. این رویکرد جامع امکان ارزیابی دقیق‌تر و کامل‌تر وضعیت خشکسالی را فراهم می‌کند و می‌تواند به بهبود مدیریت منابع آب و برنامه‌ریزی برای مقابله با خشکسالی کمک کند.

## داده‌ها و روش‌ها

### موقعیت ایستگاه‌های سینوپتیک و بررسی داده‌ها

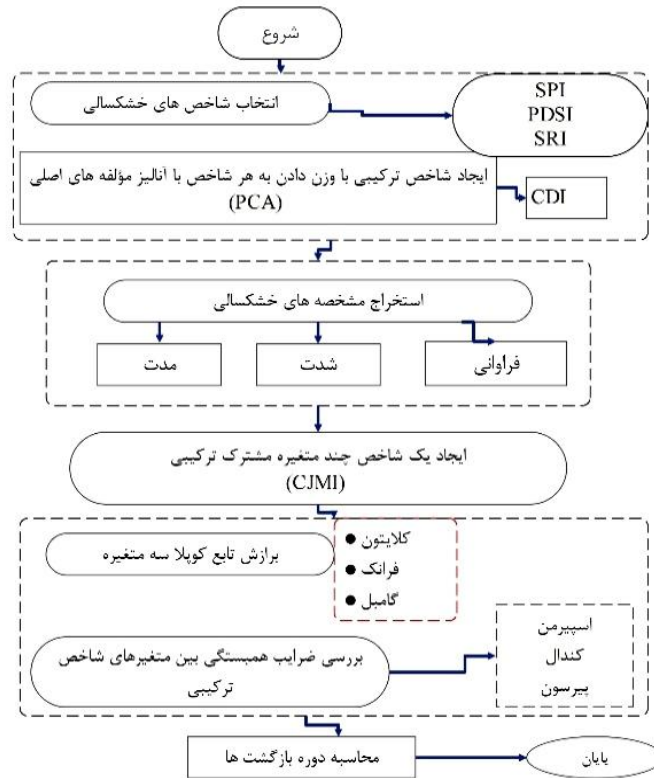
کشور ایران در عرض‌های شمالی ۲۵ تا ۴۰ درجه و طول‌های شرقی ۴۴ تا ۶۴ درجه گسترش یافته و با متوسط بارندگی سالانه حدود ۲۴۰ میلی‌متر در کمربند خشک و نیمه‌خشک جهان واقع شده است (ضرابی و همکاران، ۱۴۰۰: ۳). به دلیل کمبود یا تنوع بارندگی، ایران غالباً رویدادهای خشکسالی زیادی را تجربه می‌کند که بر محیط زیست و سلامت عمومی کشور تأثیر می‌گذارد. در این تحقیق، ۱۰ ایستگاه از این اقلیم با رکورد ۳۲ ساله در سراسر کشور انتخاب شد. مکان ایستگاه‌ها در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱: موقعیت ایستگاه‌های مورد مطالعه

تهیه و ترسیم: نگارندگان، ۱۴۰۳

داده‌های هواشناسی سال‌های ۱۹۹۰-۲۰۲۱ از سازمان هواشناسی ایران به‌دست آمده است. این داده‌ها به‌عنوان متغیرهای ورودی اقلیمی مدل‌سازی شامل بارندگی ماهانه و میانگین ماهانه سرعت باد، دما، رطوبت نسبی و رواناب سطحی می‌باشد. همچنین، شکل (۲) نمودار جریان فرآیند مدل‌سازی در این مطالعه را نشان می‌دهد.



شکل ۲. شماتیک روش شناسی مطالعه حاضر

تهیه و ترسیم: نگارندگان، ۱۴۰۳

## شاخص‌های خشکسالی

### شاخص استاندارد بارش (SPI)

شاخص SPI برای اولین بار توسط McKee و همکاران در سال ۱۹۹۳ توسعه پیدا کرد. این شاخص متغیر تصادفی میزان بارش را با بارش‌های تاریخی مربوط به دوره‌های مرطوب یا خشک براساس زمان مقایسه می‌کند. برای محاسبه، این شاخص از روابط زیر استفاده می‌شود (فولادی، ۱۳۹۹: ۲۷; McKee et al 1993: 180):

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}; x > 0 \quad (1)$$

در رابطه فوق  $x$ ،  $\beta$  و  $\alpha$  به ترتیب همان متغیر، پارامتر مقیاس و پارامتر شکل توزیع احتمالاتی می‌باشد،  $\Gamma(\alpha)$  نیز تابع گاما است که در رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{1}{4A} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4A}{3}} \right] \quad (3)$$

$$\beta = \frac{\bar{x}}{\alpha} \quad (4)$$

$$A = \ln(\bar{x}) - \frac{\sum \ln(x)}{n} \quad (5)$$

در رابطه فوق  $\bar{x}$  و  $n$  به ترتیب متوسط متغیر و تعداد مشاهدات می باشد. در مرحله بعد، تابع توزیع تجمعی احتمال به شکل زیر محاسبه می شود:

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^x x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \quad (6)$$

در نهایت شاخص خشکسالی از نرمال کردن تابع توزیع با میانگین صفر و انحراف معیار یک به دست می آید.

#### شاخص استاندارد رواناب (SRI)

شاخص استاندارد رواناب (SRI) توسط اسکالر و وود توسعه یافت. این شاخص با روابط زیر قابل محاسبه است (شاکر سوره و اسدی ۱۳۹۸: ۹۳):

$$V_{i,k} \sum_1^k Q_{i,j} \quad (7)$$

$$y_{i,k} = \ln(V_{i,k}) \quad (8)$$

$$SRI_{i,k} = \frac{y_{i,k} - \bar{y}_k}{S_{y,k}} \quad (9)$$

که در آن  $Q_{i,j}$  دبی ماه زام از سال آبی نام،  $V_{i,k}$  مقدار تجمعی دبی در دوره  $k$  ماهه از سال آبی نام،  $\bar{y}_k$  و  $S_{y,k}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار داده ها هستند.

#### شاخص پالم (PDSI)

شاخص خشکسالی پالم (PDSI) توسط پالم ۱۹۶۵ توسعه یافت که با استفاده از تعادل رطوبت، سوابق تاریخی بارش، دما و محتوای آب موجود در خاک به دست می آید. این شاخص به طور کلی برای یک دوره آب و هوایی خشک توسط روابط زیر حاصل می گردد (Steinmann, 2003: 1222; آسیایی، ۱۳۸۵: ۱۸۳):

$$PDSI_i = 0.897PDSI_{i-1} + (Z_i / 3) \quad (10)$$

که در آن  $i$  ماه مورد نظر است و  $Z$  شاخص ناهنجاری رطوبتی است که توسط رابطه ۱۱ محاسبه می‌شود:

$$Z_i = (P_i - \hat{P}_i)K_i \quad (11)$$

که در آن  $P_i$  بارش مشاهده‌شده برای ماه  $i$ ام،  $\hat{P}_i$  ب بارش مناسب اقلیمی برای شرایط موجود و  $K_i$  یک عامل وزنی است که توسط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K_i = \left[ \frac{17.67}{\sum_{i=1}^{12} \bar{D}_i K'_i} \right] K'_i \quad (12)$$

$$\bar{D}_i = (P_i - \hat{P}_i) \quad (13)$$

$$K'_i = 1.5 \log \left( \frac{\overline{PE}_i + \overline{R}_i + \overline{RO}_i}{\overline{P}_i + \overline{L}_i} \right) + 2.8 \overline{D}_i^{-1} + 0.5 \quad (14)$$

که در آن  $\overline{PE}_i$  تبخیر و تعرق بالقوه،  $\overline{R}_i$  تغذیه آب خاک،  $\overline{RO}_i$  رواناب،  $\overline{P}_i$  بارش و  $\overline{L}_i$  از دادن آب از خاک برای ماه  $i$ ام است.

#### شاخص ترکیبی چندمتغیره (MCDI)

برای ایجاد شاخصی جامع که دربرگیرنده همه جنبه‌های هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی باشد، شاخص ترکیبی CDI مطابق با رابطه زیر پیشنهاد شده است:

$$CDI = W_{spi} \times SPI + W_{sri} \times SRI + W_{pdsi} \times PDSI \quad (15)$$

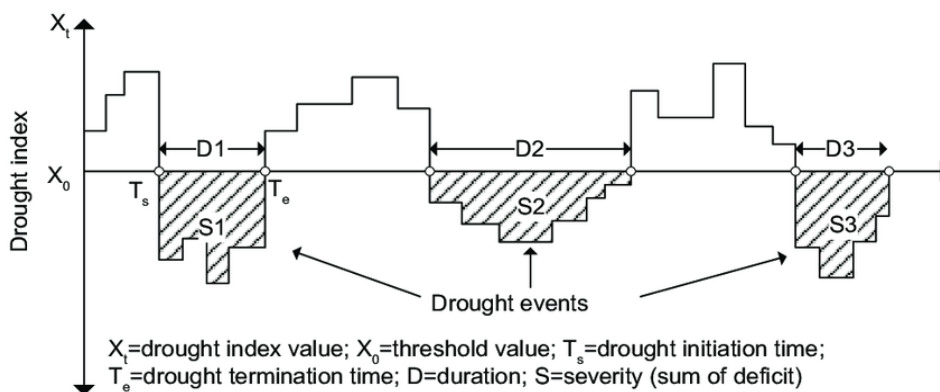
میزان وزندهی به هر شاخص بر مبنای روش عینی آنالیز مؤلفه‌های اصلی (PCA) تعیین شده است. آنالیز مؤلفه‌های اصلی در سال (۱۹۰۱) توسط کالر پیرسون ارائه شد. مؤلفه‌های اصلی، سعی دارند ماتریس کواریانس مجموعه‌ای از متغیرهای چندبعدی را از طریق ترکیب خطی از این متغیرها با هدف کاهش داده‌ها و هدف تفسیر توضیح دهند (ژردری، ۱۴۰۰: ۵۵). در تعریف ریاضی آنالیز مؤلفه‌های اصلی یک تبدیل خطی متعامد است که مجموعه داده‌ها را به دستگاه مختصات جدید می‌برد، به گونه‌ای که بزرگترین واریانس داده‌ها بر روی اولین مختصات و دومین واریانس بر روی مختصات دوم قرار گیرد و به همین منوال برای بقیه ادامه پیدا می‌کند. در مطالعه حاضر شاخص SPI، SRI و PDSI به عنوان داده‌های ورودی برای مؤلفه‌های اصلی به کار برده شد؛ بنابراین یک ترکیب خطی جبری از تعداد  $p(q)$  متغیر تصادفی  $x_1, x_2, \dots, x_p$  هستند که از ماتریس کواریانس  $\sum$  به دست می‌آیند.

$$Y_i = e'_i X = e_{i1}x_1 + e_{i2}x_2 + \dots + e_{ip}x_p \quad (16)$$

$$\text{Var}(Y_i) = e_i' \sum e_i = \lambda_i, i = 1, 2, \dots, p \quad (17)$$

$$\text{Cov}(Y_i, Y_k) = e_i' \sum e_k = 0, i \neq k \quad (18)$$

که در نهایت میانگین مناسب برای هر شاخص به دست می آید (ژدری، ۱۴۰۰: ۵۶). از آنجایی که خشکسالی یک پدیده چندمتغیره است و نوسانات هر یک از متغیرهای جوی و اقلیمی می تواند سبب افزایش یا کاهش شدت این پدیده گردد (Mishra et al, 2009: 41)؛ بنابراین اغلب توسط متغیرهای مدت، شدت و بزرگی (پیک) مشخص می شود (ژدری، ۱۴۰۰: ۶۶). در مطالعه حاضر برای ارتقای شاخص ترکیبی در توصیف رویدادهای خشکسالی شدید، نیازمند به کارگیری توأمان متغیرهای مدت ( $D_i$ )، شدت ( $S_i$ ) و فراوانی ( $M_i$ ) می باشد که در شکل (۳) نشان داده شده است تا شاخص ترکیبی چندمتغیره (MCDI) حاصل گردد.



شکل ۳: مشخصات خشکسالی با استفاده از تئوری اجرا  
مأخذ: Mishra et al, 2009:46

از طرفی دیگر، توابع مفصل امکان ترکیب توزیع های تک متغیره متفاوت را جهت ساخت یک توزیع چندمتغیره فراهم می کنند.

### توابع مفصل (Copula)

به طور کلی، «توابع کاپولا» یک روش ریاضی انعطاف پذیر است. در حقیقت توابع کاپولا بر پایه ارتباط و وابستگی بین متغیرها استوار است.

کاپولا، اتصال دهنده توابع توزیع حاشیه ای  $p$  متغیر تصادفی  $(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_p(x_p))$  و تابع توزیع توأم آنها  $F(x_1, x_2, \dots, x_p)$  است، به گونه ای که با داشتن یک تابع توزیع توأم مجموعه توابع حاشیه ای احتمالی تشکیل دهنده آن قابل ارزیابی می باشد که در روابط زیر نشان داده شده است (ژدری، ۱۴۰۰: ۹):

$$F_1(x_1, x_2, \dots, x_p) = C(F_x(x_1), F_x(x_2), \dots, F_x(x_p)) = C(u_1, \dots, u_p) \quad (19)$$

که  $C$  یک تابع مفصل  $d$  بعدی در شکل  $[0, 1] \rightarrow [0, 1] \times [0, 1]$  با یک پارامتر همبستگی  $\theta$  می باشد.

در پژوهش حاضر جهت مدل‌سازی همبستگی متغیرها، از سه تابع مفصل ارشمیدسی Gumbel و Frank، Clayton استفاده شده است، زیرا مفصل‌های ارشمیدسی علاوه بر ساخت راحت و آسان طیف وسیعی از ساختار وابسته را با ویژگی‌های قابل قبول در بر می‌گیرند (ژدری، ۱۴۰۰: ۹). روابط مفصل‌های ارشمیدسی سه‌متغیره انتخابی در جدول (۱) بیان شده است.

### ضرایب همبستگی توابع مفصل

از ویژگی‌ها و مزایای مهم تابع مفصل در توزیع چندمتغیره همبستگی بین متغیره می‌باشد؛ بنابراین برای برآورد تابع کاپولا، پارامتری به نام مولد وجود دارد که مقدار وابستگی را به صورت بدون مقیاس در خود دارد که مقدار ضریب همبستگی را مشخص می‌کند (ژدری، ۱۴۰۰: ۵۱)؛ از این رو سه ضریب همبستگی کندال اسپیرمن و پیرسون که به این منظور مورد استفاده قرار می‌گیرند روابط آن‌ها به ترتیب در زیر آورده شده است.

$$\tau = \left( \frac{N}{2} \right)^{-1} \sum_{i < j} \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (20)$$

که در آن N تعداد داده‌ها، sign() تابع علامت و x و y جفت داده‌های مشاهداتی است.

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{6 \sum (d_i^2)}{n(n^2 - 1)} \quad (21)$$

که  $d_i$  اختلاف بین رتبه داده‌ها است.

$$r = \text{Cor}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (22)$$

در ادامه روش برآورد تابع مفصل است که از بین روش‌های مختلف روش شبه‌ماکزیمم درست‌نمایی ( $mpl^1$ ) انتخاب گردید. در این روش با فرض این که  $x_1, \dots, x_n$  یک نمونه تصادفی از CDF،  $C_\theta [F_1(x_1), \dots, F_p(x_p)]$  باشد، توابع توزیع تجمعی پیوسته و  $C_\theta$  یک کاپولا است. با فرض  $\theta_{ki}$  تخمین‌گر در روش ماکزیمم شبه درست‌نمایی رابطه زیر را خواهیم داشت (ژدری، ۱۴۰۰: ۴۱):

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log[c_\theta(\hat{U}_i)] \quad (23)$$

در این رابطه  $\hat{U}_i = (\hat{U}_{i,1}, \dots, \hat{U}_{i,k})$  شبه مشاهدات هستند که در آن داریم:

$$\hat{U}_{ij} = \frac{R_{ij}}{n+1} = \frac{n}{n+1} \hat{F}_j(X_{ij}) \quad (24)$$

### آزمون نکویی برازش

هدف از آزمون نکویی برازش، انتخاب مناسب‌ترین کاپولا است که ساختار وابستگی بین متغیرها را به خوبی نشان دهد؛ از این رو آزمون کولموگروف-اسمیرنوف (Kolmogorov-Smirnov) انتخاب شد. آمار مربوط به توابع بر اساس رتبه کولموگروف-اسمیرنوف ( $T_n$ ) به صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌شود. برای تخمین P-value از روش بوت استرپ

پارامتری استفاده می‌شود. هر چه مقدار P-value بزرگتر و به یک نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده این است که کاپولا برازش بهتری دارد. مقدار P-value از رابطه (۲۶) به دست می‌آید (ژدری، ۲۰۰۱: ۳۹):

$$T_n = \sup_{u \in [0,1]^d} |\square_n(u)| \quad (25)$$

$$\sum_{b=1}^M I(|T_b| \geq |T|) / M \quad (26)$$

که در آن  $T$  و  $T_b$  به ترتیب نشانگر آماره آزمون و آماره آزمون بوت استرپ است.

### تعیین دوره بازگشت با استفاده از توابع مفصل

برای تحلیل مشخصه‌های خشکسالی، دوره بازگشت توام سه‌متغیره شدت (S)، مدت (D) و فراوانی خشکسالی (M) برای حالت  $T_{OR}$  برای وقتی که  $D \geq d$  یا  $S \geq s$  یا  $D_M \geq m$  باشد به صورت رابطه (۲۷) نشان داده می‌شود (خانی-تملیه و همکاران ۱۳۹۹: (ب) ۱۰۲):

$$T_{OR} = \frac{E(L)}{1 - C_{DSM}(d, s, m)} \quad (27)$$

در رابطه فوق،  $L$  نشان‌دهنده فاصله زمانی بین دو دوره خشک متوالی و  $E(L)$  امید ریاضی (مقدار متوسط) فاصله زمانی بین دوره‌های خشک متوالی است که می‌تواند براساس مشاهدات رویدادهای خشکسالی برآورد شود.

جدول ۱: روابط ریاضی توابع مفصل مورد مطالعه

توابع مفصل	پارامتر	$C_\theta(u_1, u_2, u_3)$
کلایتون	$\theta_1 < \theta_2 \in (0, \infty)$	$[(u_1^{-\theta_2} + u_2^{-\theta_2} - 1)^{\theta_1/\theta_2} + u_3^{-\theta_1} - 1]^{\frac{1}{\theta_1}}$
فرانک	$\theta_1 < \theta_2, \theta_2 \in (0, \infty)$	$-\frac{1}{\theta_1} \log \{1 - [c_1^{-1}(1 - c_2^{-1}(1 - e^{-\theta_2 u_1})) \cdot (1 - e^{-\theta_2 u_2})]^{\theta_1 \theta_2}\}$
گامبل	$\theta_1 < \theta_2, \theta_2 \in [1, \infty)$	$\exp[-\{(-\log(u_1))^{\theta_2} + (-\log(u_2))^{\theta_2}\}^{\theta_1/\theta_2} + (-\log(u_3))^{\theta_1} \frac{1}{\theta_1}]$

مأخذ: خانی‌تملیه و همکاران ۱۳۹۹ (ب): ۲۰۷

### بحث و نتایج

برای محاسبه شاخص ترکیبی، ابتدا هر یک از شاخص‌های SPI، PDSI و SRI برای بازه (۱۹۹۰ تا ۲۰۲۱) محاسبه شد، سپس با وزن‌دهی به هر شاخص از طریق روش آنالیز مؤلفه‌های اصلی (PCA)، شاخص ترکیبی برای ۱۰ ایستگاه مورد نظر به تفکیک محاسبه شد که در جدول (۲) نشان‌دهنده شده است. با توجه به وزن مشخص شده برای هر شاخص که مربوط به داده با تاخیر یک‌ماهه است، شاخص ترکیبی CDI برای هر ایستگاه در شکل (۴) همراه با نمودارهای مربوط به هر یک از شاخص‌های SPI، PDSI و SRI نشان داده شده است که با توجه به پژوهش مروا علی و همکاران

(۲۰۲۲) توانایی روش PCA برای ارزیابی وزن بهینه برای هر شاخص را نشان می‌دهد. وزن پارامترهای مربوط به هر شاخص برای ایجاد شاخص ترکیبی، نشان‌دهنده میزان تأثیرپذیری آن شاخص در منطقه مورد مطالعه است که با مقایسه میزان وزن شاخص SPI، SRI و PDSI تأثیر یکنواخت این سه شاخص را می‌توان مشاهده کرد. همانطور که علیایی و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهش خود به آن اشاره نموده‌اند. بازه تغییرات این شاخص ترکیبی از مقادیر بیشتر از ۲ تا ۲- می‌باشد. هرچه این مقدار به ۲- نزدیک‌تر و یا بیشتر باشد خشکسالی شدیدتر را نشان می‌دهد. همچنین با استفاده از شاخص CDI، می‌توان جنبه‌های خشکسالی را ارزیابی نمود نمود (اژدری، ۱۴۰۰: ۷۱). بر این اساس موقعیت مکانی شدت، مدت و فراوانی مربوط به شاخص ترکیبی برای دو بازه زمانی ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۵ و ۲۰۰۶ تا ۲۰۲۱ در شکل (۵) مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان از روند رو به افزایش خشکسالی در بازه ۲۰۰۶ تا ۲۰۲۱ بوده و بیشترین مدت و شدت خشکسالی مربوط به نواحی شرقی مانند زاهدان و نواحی مرکزی کشور است. الگوی رفتاری در این شکل، بیان‌کننده طولانی‌ترین مدت خشکسالی برای زاهدان و بیشترین شدت خشکسالی برای ایستگاه مشهد می‌باشد. چنانچه که علیایی و همکاران (۱۳۹۸) این پیش‌بینی را با شاخص ترکیبی برای شمال غربی ایران و اژدری (۱۴۰۰) برای بندرعباس داشته‌اند. سپس برای محاسبه هر یک از مشخصه‌های مربوط به شاخص ترکیبی به دست آمده، از توابع کاپولای سه‌متغیره استفاده شد. به این ترتیب که  $u_1, u_2, u_3$  توابع حاشیه‌ای شدت ( $D_s$ )، مدت ( $D_d$ ) و فراوانی ( $D_m$ ) در نظر گرفته شد و  $\theta$  نیز پارامتر تابع مفصل می‌باشد که مقادیر آن با روش حداکثر درست‌نمایی به تفکیک برای هر ایستگاه و برای هر سه تابع کلایتون، فرانک و گامبل برآورد شد. به علت این‌که برای برآورد تابع مفصل، پارامتری به نام مولد وجود دارد که مقدار وابستگی را به صورت بدون مقیاس در خود دارد؛ بایستی مقدار ضریب همبستگی مشخص شود (اژدری، ۱۴۰۰: ۵۰)؛ لذا برای بررسی میزان همبستگی در توزیع‌های چندمتغیره برای هر یک از توابع کلایتون، فرانک و گامبل سه متغیره، از ضرایب همبستگی کندال، اسپیرمن و پیرسون استفاده شده است. از ضرایب همبستگی برای آزمایش قدرت رابطه متغیرهای خشکسالی استفاده می‌شود. جدول (۳) مقدار ضرایب همبستگی را برای هر ایستگاه نشان می‌دهد. هرچه مقدار ضرایب مثبت و به یک نزدیک‌تر باشد میزان همبستگی بیشتر بین پارامترهای تابع کاپولا را بیان می‌کند. در اکثر ایستگاه‌ها تابع گامبل با ضریب همبستگی کندال مقادیر قابل قبولی داشتند؛ بنابراین وابستگی متقابل متغیرهای خشکسالی خوب بوده است؛ از این رو برای ایجاد یک توزیع مشترک منطقه‌ای با استفاده از توابع کاپولا مناسب است.

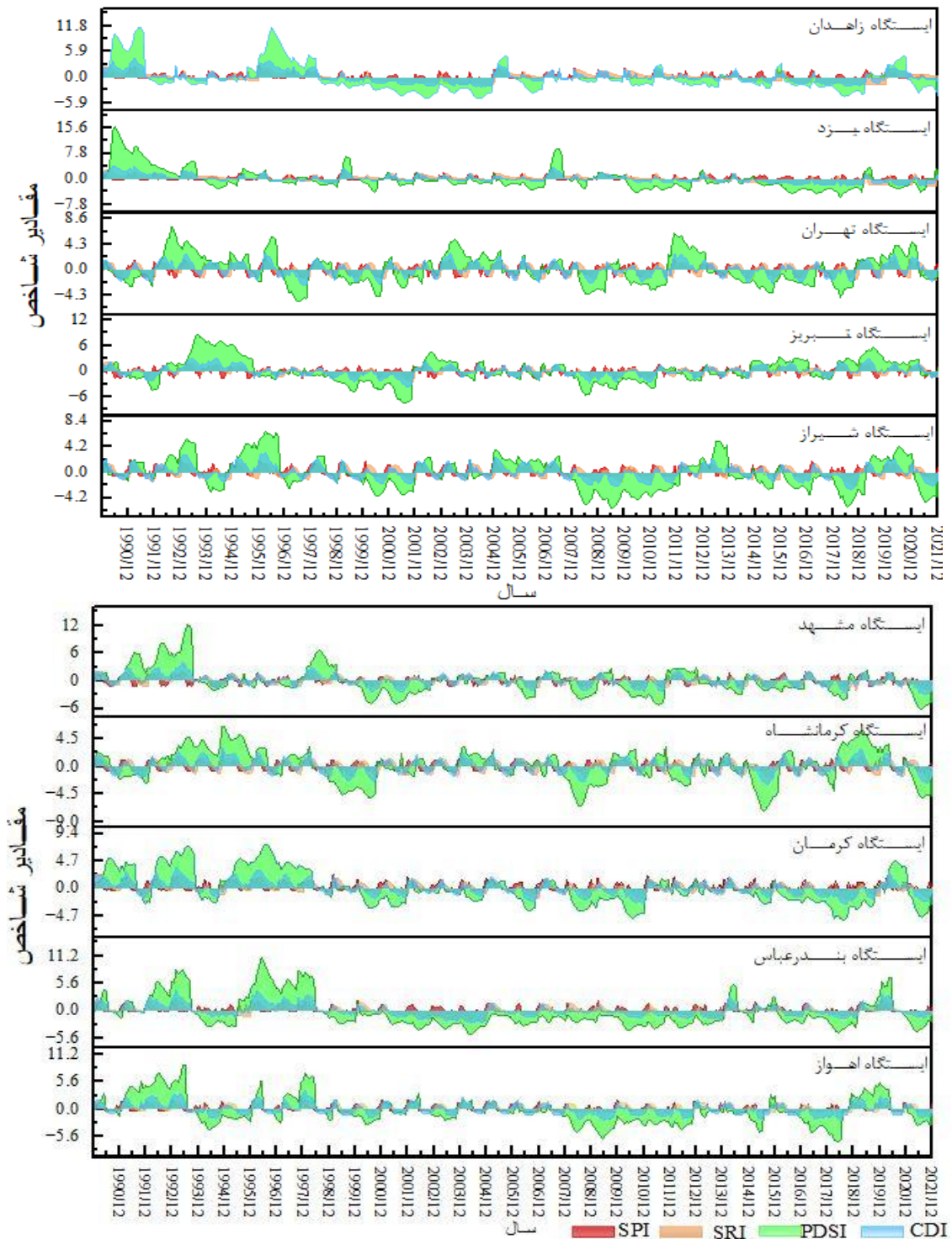
همانگونه که کاویان پور و همکاران (۲۰۲۰) در پژوهش خود به آن اشاره کرده‌اند. آزمون نکویی کلموگروف-اسمیرنوف هر یک از توابع کاپولاها برآزش شده براساس مقدار P-value با توجه به نوع ضریب همبستگی مشخص گردید که در جدول (۴) میزان P-value به تفکیک برای ضرایب همبستگی متفاوت را نشان می‌دهد. آزمون بهترین تابع کاپولا برآزش شده براساس مقدار P-Value می‌باشد به گونه‌ای که هرچه مقدار P-Value بزرگتر و نزدیک به یک باشد، بیانگر بهترین کاپولا برآزش شده است چنان‌که اژدری (۱۴۰۰) نیز بیان نموده است. مقایسه تغییرات و نتایج به دست آمده از شاخص‌های تکی در روند تحقیقات ضرایب و همکاران (۱۴۰۰) برای شاخص SPDI، شاکرسوره و اسدی (۱۳۹۷) برای شاخص‌های SPI، SRI و GRI، جهانگیر و همکاران (۱۳۹۹) برای SSI و SPI و در نهایت بررسی و مقایسه نتایج پژوهش حاضر با نتایج اژدری (۱۴۰۰) که برای شاخص‌های SPI و SRI در دو حالت تکی و ترکیبی کار شده بود، نشان از دقت شاخص ترکیبی در برآورد خشکسالی چندمتغیره نسبت به شاخص‌های تکی بود. از آنجایی که بهترین تابع توزیع برآزش متغیرهای ورودی برای محاسبه تابع احتمال مشترک ضروری است؛ بنابراین هرچه تابع توزیع برآزش بهتری داشته باشد، احتمال محاسبه شده دقیق‌تر است (Hossain et al, 2020: 8)، لذا با توجه به جدول

(۴) برای اکثر ایستگاه‌ها تابع بهینه گامبل با بیشترین مقدار در نظر گرفته شد و فقط برای دو ایستگاه بندرعباس و تبریز به ترتیب با مقدار  $P$ -value، ۰/۹۷ و ۰/۷۶۶ برتری با تابع بهینه کلایتون می‌باشد که بهترین برازش را داشته‌اند. سپس مقادیر دوره بازگشت‌های ۲، ۵، ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ ساله به ازای تابع سه متغیره برای مدت و شدت در جدول (۵) بیان شده است که با توجه به مقادیر جدول بدترین حالت دوره بازگشت ۲ ساله مربوط بندرعباس با مدت ۶ ماه و شدت ۵/۴۶ و برای دوره بازگشت ۱۰۰ ساله مربوط به شهر کرمان با مدت طولانی ۴۸ ماه و شدت ۴۲/۵۹ می‌باشد. با توجه به این که برنامه‌ریزی و مدیریت سیستم‌های منابع آب تحت شرایط خشکسالی نیازمند تخمین دوره بازگشت رویدادهای خشکسالی با شدت‌های بالا می‌باشد محاسبات جدول (۵) را به صورت نمودار در شکل (۶) برای دوره بازگشت‌های ۲، ۵، ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ ساله را برای هر ایستگاه به تفکیک و برای سه تابع سه متغیره کلایتون، فرانک و گامبل نشان می‌دهد که کمترین مدت دوره بازگشت ۵۰ ساله با برتری تابع کلایتون مربوط به تبریز و با برتری تابع گامبل مربوط به تهران با مدت ۱۰ ماه و بیشترین مدت مربوط به مشهد با برتری تابع گامبل، ۳۰ ماه بود که به ترتیب با شدت ۶/۵۳، ۸/۹۵ و ۳۴/۲۶ همراه است. برای دوره بازگشت ۱۰۰ ساله کمترین مدت خشکسالی با برتری تابع کلایتون مربوط به تبریز با ۱۳ ماه و شدت ۱۳/۷۵ و بیشترین مدت با برتری تابع گامبل متعلق به کرمان با مدت ۴۸ ماه و شدت ۴۲/۵۶ می‌باشد چنان که اژدری (۱۴۰۰)، علیایی و همکاران (۱۳۹۸) و کاویان‌پور و همکاران (۲۰۲۰) در روند تحقیقات خود برای بخش‌های از ایران به آن دست یافته‌اند. بسیاری از مطالعات نشان داده‌اند که  $S$  و  $D$  به طور کلی یک همبستگی مثبت قوی دارند. (Sadeghfam et al, 2022: 10). بنابراین دوره بازگشت‌ها برای سال‌های آتی، نشان از خشکسالی در بیشتر استان‌ها با شدت و مدت طولانی خواهد بود.

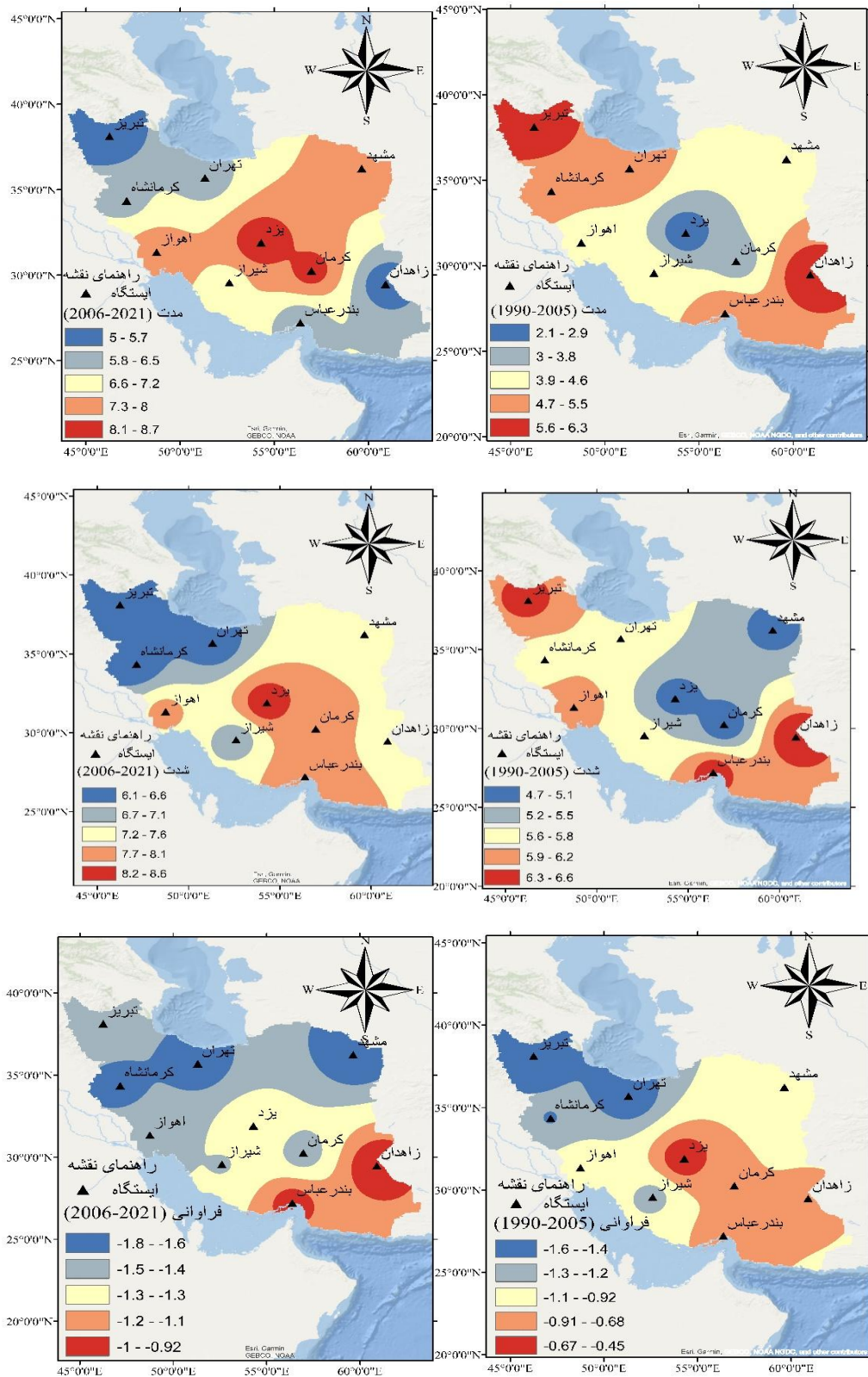
جدول ۲: وزن مربوط به هر یک از پارامترهای شاخص ترکیبی برای هر یک از ایستگاه‌های سبنوپتک

مقادیر وزنی برای هر شاخص بر اساس PCA			ایستگاه
$W_{sri}$	$W_{psdi}$	$W_{spi}$	
۰/۳۵۰۴۴	۰/۳۴۲۳۷	۰/۳۰۷۱۹	اهواز
۰/۳۷۳۳	۰/۳۹۶۸۷	۰/۲۲۹۷۹	بندرعباس
۰/۳۶۴۸۲	۰/۳۶۳۰۲	۰/۲۷۲۱۶	کرمان
۰/۳۵۲۹۹	۰/۳۲۳۱۷	۰/۳۲۳۸۴	کرمانشاه
۰/۳۶۷۹۹	۰/۳۲۷۸۴	۰/۳۰۴۱۷	مشهد
۰/۳۵۲۲	۰/۳۳۴۸۲	۰/۳۱۲۹۸	شیراز
۰/۳۷۶۲۸	۰/۳۵۷۹۱	۰/۲۶۵۸۱	تبریز
۰/۳۵۴۷۳	۰/۳۰۰۷۱	۰/۳۴۴۵۶	تهران
۰/۳۸۸۰۱	۰/۳۹۶۸۲	۰/۲۱۵۱۶	یزد
۰/۳۶۱۳۱	۰/۳۸۰۱۳	۰/۲۵۸۵۶	زاهدان

مأخذ: نگارندگان، ۱۴۰۳



شکل ۴: ترسیم نمودارهای شاخص‌های SPI، SRI، PDSI و مقایسه آن با شاخص ترکیبی CDI برای ۱۰ ایستگاه مورد مطالعه تهیه و ترسیم: نگارندگان، ۱۴۰۳



شکل ۵: مقایسه شدت، مدت و فراوانی خشکسالی حاصل از شاخص ترکیبی CDI برای دو فاصله زمانی ۱۹۹۰-۲۰۰۵ و ۲۰۰۶-۲۰۲۱ تهیه و ترسیم: نگارندگان، ۱۴۰۳

جدول ۳: میزان ضرایب همبستگی برای کاپولاهای کلایتون، فرانک و گامبل برای ایستگاه‌های مورد مطالعه

ایستگاه	مقادیر ضرایب همبستگی توابع کاپولا								
	گامبل			فرانک			کلایتون		
	پیرسون	اسپیرمن	کندال	پیرسون	اسپیرمن	کندال	پیرسون	اسپیرمن	کندال
اهواز	۰/۰۲۸	-۰/۱۲	۰/۱۵	۰/۰۸۴	-۰/۲۸۹	-۰/۱۷۹	-۰/۰۸۵	-۰/۱۲۴	-۰/۱۰۳
بندرعباس	۰/۰۲۷	-۰/۳۴۷	-۰/۰۰۷	۰/۰۷۴	-۰/۵۹۳	-۰/۴۴۸	-۰/۰۶۸	۰/۰۰۲	-۰/۰۳۷
کرمان	-۰/۰۸۲	-۰/۳۱۳	۰/۰۱۴	۰/۰۳۷	-۰/۴۱۴	-۰/۲۵۱	-۰/۰۸۸	-۰/۱۹۴	-۰/۱۵۴
کرمانشاه	۰/۰۱۱	-۰/۳۵۹	-۰/۰۰۷	-۰/۰۴۷	-۰/۲۸۷	-۰/۱۴۴	-۰/۲۲۴	-۰/۰۶۲	-۰/۰۸۶
مشهد	-۰/۰۰۷	-۰/۳۹۵	-۰/۰۴۶	-۰/۰۷۶	-۰/۴۵۵	-۰/۲۶۸	-۰/۱۵۳	-۰/۲۴۲	-۰/۱۸۶
شیراز	-۰/۰۰۵	-۰/۲۸۵	۰/۰۵۸	۰/۰۹۱	-۰/۴۶۹	-۰/۳۰۹	-۰/۰۵۳	-۰/۰۷۴	-۰/۰۸۶
تبریز	-۰/۰۵۸	-۰/۴۳۵	-۰/۱۰۴	-۰/۰۶۱	-۰/۴۸۷	-۰/۳۱۸	-۰/۱۱۵	-۰/۰۲۱	-۰/۰۳۱
تهران	-۰/۰۳۶	-۰/۳۰۲	۰/۰۱۲	۰/۰۸۴	-۰/۳۲	-۰/۱۷۵	-۰/۱۴۹	-۰/۰۹۴	-۰/۰۸۸
یزد	۰/۰۲۸	-۰/۲۸۲	۰/۰۲۴	-۰/۳۰۶	-۰/۵۴۴	-۰/۳۹۸	-۰/۰۵۹	-۰/۱۸۳	-۰/۱۴۷
زاهدان	-۰/۰۰۳	-۰/۴۰۴	-۰/۰۶۲	-۰/۰۹۱	-۰/۶۳۶	-۰/۴۷۹	-۰/۱۳۱	-۰/۰۴۳	-۰/۰۸۷

مأخذ: نگارندگان، ۱۴۰۳

جدول ۴: نکوئی برازش توابع کاپولا در شدت، مدت و فراوانی خشکسالی در شاخص ترکیبی

براساس ضرایب همبستگی‌های مختلف برای هر ایستگاه

ایستگاه	P-value								
	کندال			فرانک			گامبل		
	کندال	اسپیرمن	پیرسون	کندال	اسپیرمن	پیرسون	کندال	اسپیرمن	پیرسون
اهواز	۰/۱۳۰۵	۰/۰۶۶۵	۰/۲۰۸	۰/۰۰۷	۰	۰/۲۱۳	۰/۰۲۶۱	۰/۰۷۵۵	۰/۶۷۶۵
بندرعباس	۰/۵۷۴	۰/۹۷	۰/۳۰۱	۰	۰	۰/۲۶۰۴	۰/۹۱۳۳	۰	۰/۶۸۵۵
کرمان	۰/۰۳۰۸	۰/۰۰۶۷	۰/۲۲۰۴	۰/۰۰۰۵	۰	۰/۶۰۸۸	۰/۸۴۶۲	۰	۰/۲۴۸۱
کرمانشاه	۰/۲۴۳	۰/۳۹۴۶	۰/۰۰۲۲	۰/۰۴۸۹	۰/۰۰۰۱	۰/۵۲۴۶	۰/۹۲۵۴	۰	۰/۸۸۶۳
مشهد	۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۰۷	۰/۰۳۲۸	۰/۰۰۰۲	۰	۰/۲۸۶	۰/۵۲۴۴	۰	۰/۳۲۵۹
شیراز	۰/۲۳۳۹	۰/۳۰۵۶	۰/۴۵۸۵	۰	۰	۰/۲۰۵۴	۰/۴۱۸۲	۰/۰۰۰۱	۰/۴۸۵۹
تبریز	۰/۶۶۳۷	۰/۷۶۶	۰/۱۰۵	۰	۰	۰/۳۸۸۹	۰/۱۴۵۵	۰	۰/۴۱۵۴
تهران	۰/۲۲۷۶	۰/۱۹۷۴	۰/۰۴۱۲	۰/۰۱۶۷	۰	۰/۲۵۳۲	۰/۸۶۹۹	۰	۰/۶۱۹۱
یزد	۰/۰۳۲۸	۰/۰۰۷۶	۰/۳۸۸۵	۰	۰	۰	۰/۷۳۱۱	۰	۰/۶۷۹۷
زاهدان	۰/۲۳۴۱	۰/۵۲۲۹	۰/۰۵۰۷	۰	۰	۰/۱۷۵۵	۰/۳۵۵۶	۰	۰/۹۶۹۲

مأخذ: نگارندگان، ۱۴۰۳

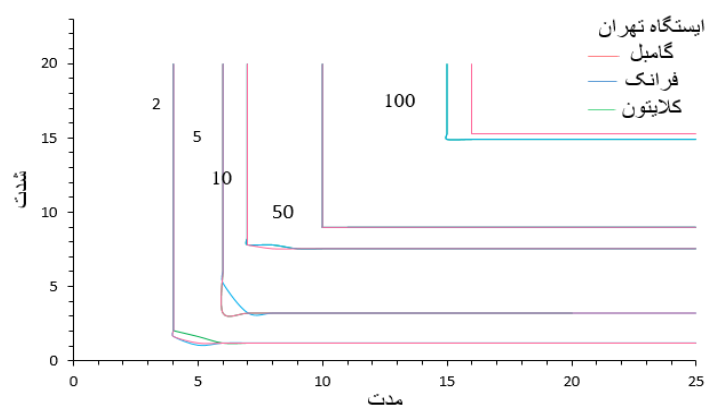
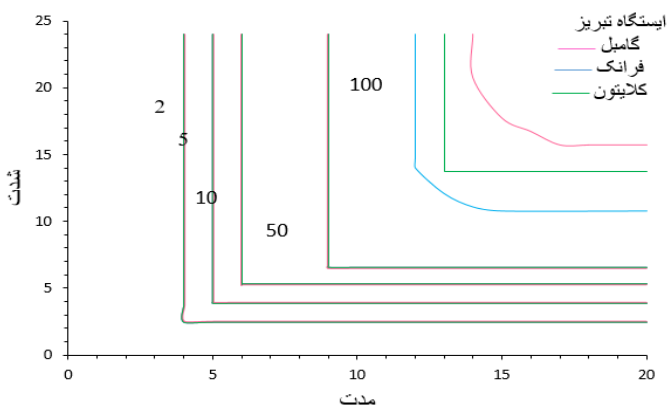
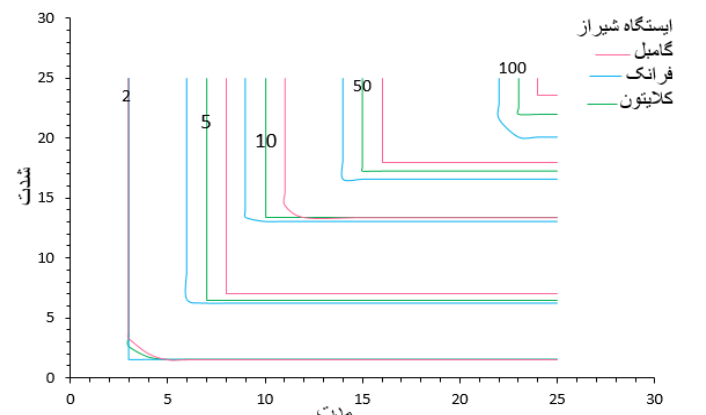
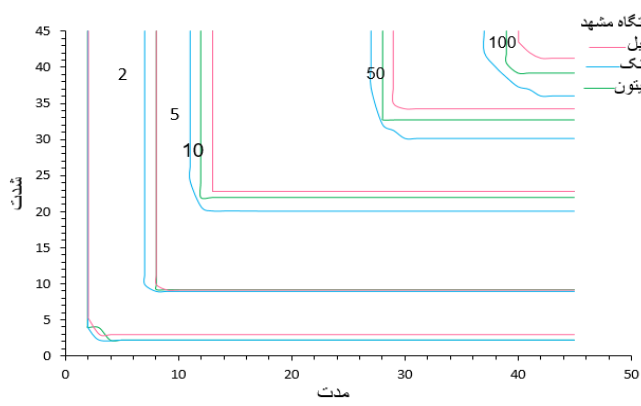
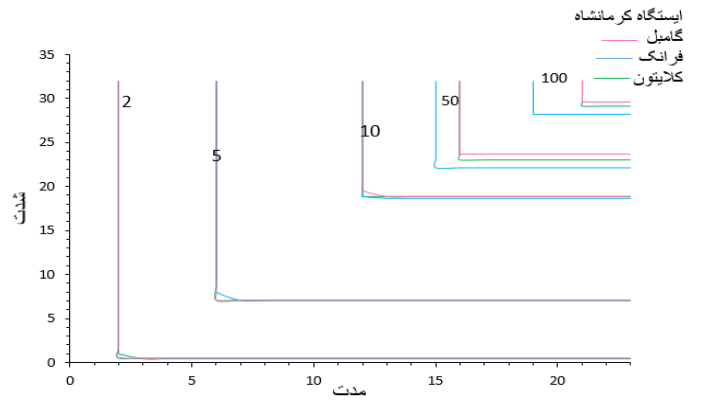
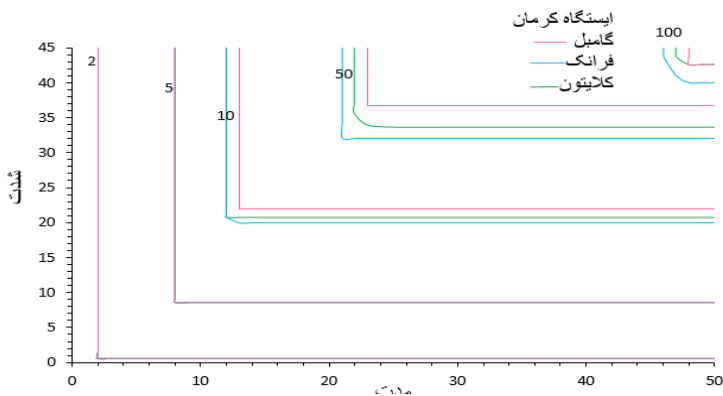
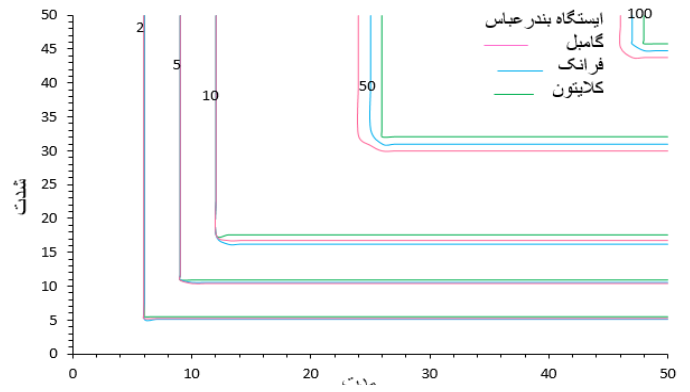
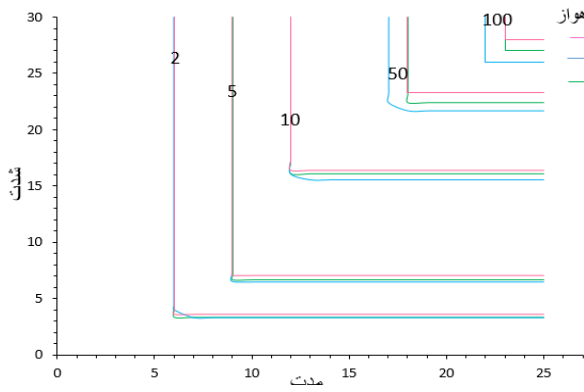
جدول ۵: مقادیر دوره بازگشت‌های مختلف به ازای توابع کاپولای سه‌متغیره در شدت و مدت برای هر ایستگاه

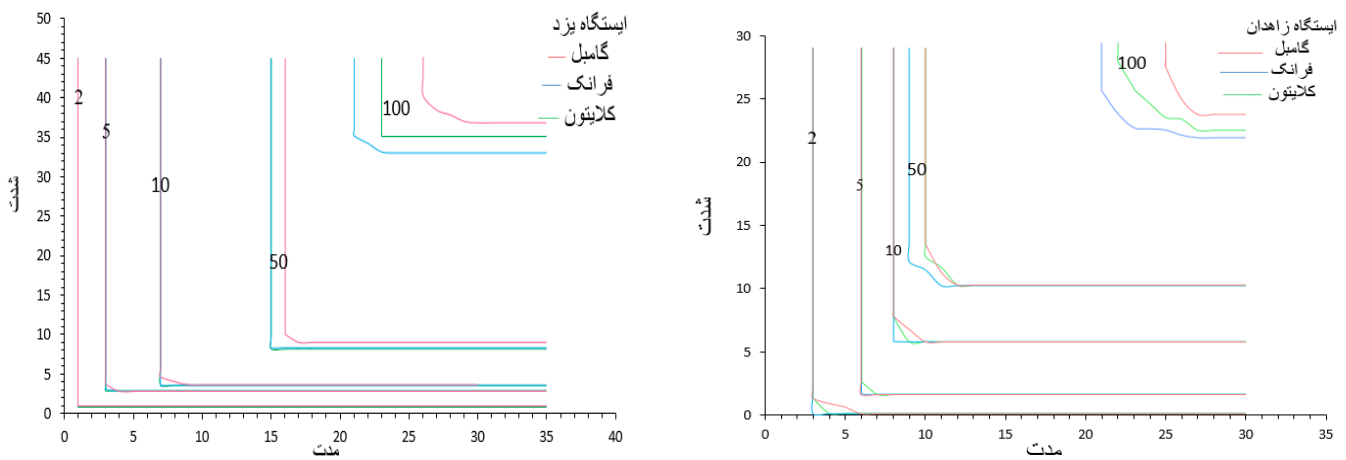
ایستگاه	دوره بازگشت	کلایتون		فرانک		گامیل	
		مدت(ماه)	شدت (mm)	مدت(ماه)	شدت (mm)	مدت(ماه)	شدت (mm)
اهواز	۲	۶	۳/۳۷۸	۶	۳/۹۹	۶	۳/۹۵۶
	۵	۹	۶/۶۹۵	۹	۶/۵۲۵	۹	۷/۰۰۹
	۱۰	۱۲	۱۶/۱۲۴	۱۲	۱۶/۰۶۸	۱۲	۱۶/۳۲
	۵۰	۱۸	۲۳/۲۶۴	۱۷	۲۱/۶۴۸	۱۸	۲۳/۲۶۴
	۱۰۰	۲۳	۲۷/۰۲۵	۲۲	۲۶/۰۰۹	۲۳	۲۷/۹۸
بندرعباس	۲	۶	۵/۴۶	۶	۵/۰۵	۶	۵/۱۶۵
	۵	۹	۱۰/۹۵۱	۹	۱۰/۸۸	۹	۱۰/۸۵
	۱۰	۱۲	۱۷/۵۰۳	۱۲	۱۷/۵۶	۱۲	۱۶/۶۸۴
	۵۰	۲۶	۳۳/۱۵۹	۲۵	۳۱/۰۱۵	۲۴	۳۲/۳۵۹
	۱۰۰	۴۹	۴۵/۷۱۸	۴۸	۴۴/۰۷	۴۷	۴۳/۱۰۶
کرمان	۲	۲	۰/۵۴۷	۲	۰/۵۵۴	۲	۰/۵۴۶
	۵	۸	۸/۶۱	۸	۸/۶۵	۸	۸/۶۷
	۱۰	۱۲	۲۰/۷۳۱	۱۲	۱۹/۹۰۵	۱۳	۲۲/۰۰۶
	۵۰	۲۲	۳۵/۶۵۷	۲۱	۳۲/۰۱۵	۲۳	۳۶/۶۹
	۱۰۰	۴۸	۴۳/۷۵۶	۴۶	۴۳/۶۵۷	۴۸	۴۲/۵۹
کرمانشاه	۲	۲	۱/۰۲۷	۲	۰/۵۸۶	۲	۰/۵۸۶
	۵	۶	۷/۰۷	۶	۷/۵۹۱	۶	۷/۰۷
	۱۰	۱۲	۱۸/۸۸۳	۱۲	۱۸/۸۶	۱۲	۱۹/۵۶۹
	۵۰	۱۶	۲۳/۵۷	۱۵	۲۲/۱۵۸	۱۶	۲۳/۶۷
	۱۰۰	۲۱	۲۹/۶	۱۹	۲۸/۱۶	۲۱	۲۹/۹۸
مشهد	۲	۲	۳/۰۱۳	۲	۳/۰۱۳	۲	۳/۹۳
	۵	۸	۹/۱۷۵	۷	۹/۹۲	۸	۹/۹۵
	۱۰	۱۲	۲۱/۹۴۳	۱۱	۲۰/۵۶۹	۱۳	۲۲/۸۱۶
	۵۰	۲۸	۳۲/۱۶۵	۲۷	۳۷/۱۲۵	۲۹	۳۵/۰۱۶
	۱۰۰	۳۹	۴۰/۵۹۶	۳۸	۴۰/۰۰۶	۴۰	۴۳/۴۶۱
شیراز	۲	۳	۳/۳۳۵	۳	۱/۵۲۳	۳	۳/۷۱۷
	۵	۷	۶/۲۰۶	۶	۶/۵۰۶	۸	۸/۰۰۷
	۱۰	۱۰	۱۳/۰۲۹	۹	۱۳/۳۸۶	۱۱	۱۴/۳۸۶
	۵۰	۱۵	۱۷/۵۶۸	۱۴	۱۶/۵۳۱	۱۶	۱۷/۹۸۵
	۱۰۰	۲۳	۲۲/۰۱۷	۲۲	۲۱/۵۶۸	۲۴	۲۳/۵۷

ادامه جدول ۵

ایستگاه	دوره بازگشت	کلایتون		فرانک		گامیل	
		مدت(ماه)	شدت (mm)	مدت(ماه)	شدت (mm)	مدت(ماه)	شدت (mm)
تبریز	۲	۴	۲/۴۷۲	۴	۲/۴۵	۴	۳/۷۱۹
	۵	۵	۳/۸۹۲	۵	۴/۰۱	۵	۳/۸۹
	۱۰	۶	۵/۲۵۵	۶	۵/۳۱	۶	۵/۳۱
	۵۰	۹	۶/۶۵	۹	۶/۵۳	۹	۶/۳۷۵
	۱۰۰	۱۳	۱۳/۷۵۳	۱۲	۱۳/۹۸۲	۱۴	۲۰/۷۵۳
تهران	۲	۴	۲/۰۶	۴	۲/۴۷	۴	۲/۰۸
	۵	۶	۳/۲۳	۶	۵/۲۳۴	۶	۳/۲۵
	۱۰	۷	۷/۷۹	۷	۷/۷۹	۷	۷/۷۷
	۵۰	۱۰	۸/۹۵۳	۱۰	۸/۹۵	۱۰	۸/۹۸
	۱۰۰	۱۵	۱۴/۸۹۳	۱۵	۱۴/۸۳	۱۶	۱۵/۲۶
یزد	۲	۱	۱/۰۰۸	۱	۰/۹۲۷	۱	۱/۰۰۸
	۵	۳	۲/۸۸	۳	۳/۰۸۶	۳	۲/۸۷
	۱۰	۷	۳/۵۸۵	۷	۳/۵۸	۷	۴/۵۸
	۵۰	۱۵	۸/۲۵	۱۵	۸/۲۷	۱۶	۱۰/۰۱۶
	۱۰۰	۲۳	۳۵/۱۶	۲۱	۳۶	۲۶	۴۰/۲۶۸
زاهدان	۲	۳	۰/۱۴۸	۳	۰/۱۳۲	۳	۰/۹۴
	۵	۶	۱/۷۱	۶	۱/۶۵	۶	۱/۶۵
	۱۰	۸	۶/۸۲	۸	۵/۸۲۹	۸	۷/۰۵
	۵۰	۱۰	۱۲/۵۶	۹	۱۲/۱۴	۱۰	۱۱/۲۶
	۱۰۰	۲۳	۲۵/۷۳۸	۲۱	۲۵/۶۴	۲۶	۲۴/۹۸۴

مأخذ: نگارندگان، ۱۴۰۳





شکل ۶: دوره بازگشت ۲، ۵، ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ ساله برای سه تابع کوپولای سه متغیریکلایتون، فرانک و گامل

تهیه و ترسیم: نگارندگان، ۱۴۰۳

## نتیجه

این مطالعه، روشی را برای تعیین یک شاخص ترکیبی با استفاده از توابع کاپولا ارائه می‌دهد تا تحلیلی سه-متغیره از؛ شدت، مدت و فراوانی خشکسالی داشته باشد. برای این کار، ابتدا شاخص‌های SPI، PDSI و SRI برای ۳۲ سال متوالی از ۱۹۹۰ تا ۲۰۲۱ محاسبه شدند، سپس با وزندهی به هر شاخص از طریق روش آنالیز، مؤلفه‌های اصلی (PCA) شاخص ترکیبی به دست آمد که با توجه به مقادیر مشخص شده برای هر شاخص و توازن وزن‌ها برای سه شاخص، نشان از تأثیر یکنواخت و انتخاب درست و بهینه سه شاخص از بین شاخص‌های متنوع می‌باشد. نمودار شاخص ترکیبی رسم شده همراه با نمودارهای محاسبه شده برای شاخص‌های منفرد، روند مناسبی از خشکسالی را نشان داد؛ بنابراین شاخص ترکیبی ایجاد شده با توجه به در نظر گرفتن مشخصه‌های بارز در سه شاخص منفرد روند خشکسالی در مناطق گرم و خشک و ناحیه مرکزی را با بیشترین شدت و مدت برای شهر یزد پیش‌بینی کرد. سپس برای برآورد مشخصه‌های مربوط به شاخص ترکیبی از توابع کاپولای سه‌متغیره استفاده شد و آزمون نکویی کلموگروف\_اسمیرنوف K\_S هر یک از توابع کاپولاها برازش شده براساس مقدار P\_value مشخص گردید تا بهترین مفصل با توجه به بیشترین مقادیر P\_value به دست آمد که برای بیشتر ایستگاه‌ها تابع بهینه گامل و فقط برای دو ایستگاه بندرعباس و تبریز به ترتیب با مقدار ۰/۹۷ و ۰/۷۶۶ برتری با تابع کلایتون بود. از آنجایی که شاخص ترکیبی می‌تواند جنبه‌های مختلف خشکسالی را ارزیابی کند، با استفاده از توابع مفصل تحلیل سه‌متغیره شدت، مدت و فراوانی روی شاخص MCDI انجام و نتایج آن ارائه شد؛ بنابراین نتایج نشان از دوره بازگشت برای سال‌های آتی از خشکسالی بیشتر استان‌ها با شدت و مدت طولانی خواهد بود. به طوری که دوره بازگشت برای نواحی شرقی مانند مشهد با مدت ۳۰ ماه و جنوب مانند کرمان با مدت ۴۸ ماه روبه‌رو خواهد بود. مقایسه نتایج شاخص‌های تکی در روند تحقیقات دیگران با نتایج حاصل از پژوهش حاضر، نشان‌دهنده دقت شاخص ترکیبی در برآورد پهنه‌بندی خشکسالی چندمتغیره بود. همچنین نتایج نشان داد که شاخص‌های خشکسالی ترکیبی به خوبی قادر به بازتاب وضعیت رطوبت به علت استفاده از شاخص SRI بوده از طرف دیگر الگوی خشکسالی تحت تأثیر یک متغیر قرار نمی‌گیرد که منجر به جلوگیری از برآورد شرایط خشکسالی هنگام استفاده از شاخص خشکسالی یک متغیره باشد. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که شاخص‌های ترکیبی نسبت به شاخص‌های تک‌متغیره و چندمتغیره به دلیل این که در یک منطقه چند نوع خشکسالی را به طور همزمان دارد، برای ارزیابی و پیش‌بینی خشکسالی مناسب‌تر

است؛ بنابراین با توجه به تغییرپذیری متغیرهای اقلیمی در سال‌های اخیر، یافته‌های فوق برای کاهش اثرات خشکسالی بر منابع طبیعی و برنامه‌ریزی توسعه منابع آب در آینده ایران مفید خواهد بود. وقتی منطقه‌ای از گستره متنوع آب‌وهوایی برخوردار باشد، پس فعالیت‌های کشاورزی، صنعتی و شهری گسترده‌ای نیز در آن صورت می‌گیرد؛ بنابراین استفاده از یک چهارچوب چندمتغیره می‌تواند در روند مدیریت منابع آب کمک کننده باشد تا سیاست‌های عمومی را برای مقابله با مخاطرات مبتنی بر آب‌وهوا بر طرف نماید. ارائه الگوهای پیچیده در مطالعات آبی همانند در نظرگرفتن متغیرهای مختلفی که ممکن است باعث ایجاد یا تشدید رویدادهای خشکسالی شود، مطمئناً روند تحقیقات را بهبود می‌بخشد و بینش جدیدی در عوامل محرک خشکسالی‌های شدید ایجاد خواهد کرد. در اصل استفاده از یک چهارچوب چندمتغیره می‌تواند به سیاستمداران، تصمیم‌گیرندگان و کل جامعه در مدیریت منابع آب کمک کند. ارائه الگوهای پیچیده در مطالعات آبی، همانند در نظرگرفتن متغیرهای مختلفی که ممکن است باعث ایجاد یا تشدید رویدادهای خشکسالی شود، مطمئناً روند تحقیقات را بهبود خواهد بخشید.

## منابع

آسیایی، مهدی (۱۳۸۵). پایش خشکسالی در مشهد (با استفاده از شاخص خشکسالی پالمر)، مجله جغرافیا و توسعه ناحیه‌ای. شماره ۷. صفحات ۱۸۶-۱۶۷.

<https://sid.ir/paper/98989/fa>

احمدی‌اردکانی، سمیرا (۱۳۹۴). تحلیل شدت و مدت خشکسالی با استفاده از توابع مفصل، پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشکده کشاورزی. دانشگاه فردوسی مشهد.

اژدری، زهرا (۱۴۰۰). تحلیل ریسک خشکسالی هیدرومتئورولوژیکی با استفاده از توابع کاپولا (مطالعه موردی: حوزه آبخیز کل مهران و بندر-سدیج)، رساله دکتری در رشته علوم و مهندسی آبخیز-آب. دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی. دانشگاه هرمزگان.

اسدی‌آقباغی، فرزانه (۱۳۹۶). ارزیابی خشکسالی‌های حوضه آبریز رودخانه بهشت‌آباد با استفاده از شاخص خشکسالی ترکیبی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد. گروه مهندسی آب. دانشکده کشاورزی. دانشگاه شهرکرد.

برضائی، احمد (۱۳۹۸). ارزیابی مشخصات خشکسالی به وسیله شاخص‌های هیدرولوژیکی و هواشناسی با داده‌های ماهواره‌ای مطالعه موردی: زیر حوضه چلگرد، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران. مدیریت منابع آب. دانشکده مهندسی عمران. دانشگاه صنعتی اصفهان.

جهانگیر، محمدحسین؛ سیده‌مهسا موسوی‌رینه؛ مهناز ابوالقاسمی (۱۳۹۹). شبیه‌سازی پارامترهای اقلیمی بارش و دبی استان تهران تحت مدل CanESM2 (براساس تطبیق دوشاخ خشکسالی SPI و SS)، پژوهش‌های دانش زمین. سال ۱۱. شماره ۴۳. صفحات ۱۶۶-۱۴۹.

[DOI: 20.1001.1.20088299.1399.11.3.9.2](https://doi.org/10.1001.1.20088299.1399.11.3.9.2)

خانی‌تملیه، ذبیح‌اله؛ حسین رضایی؛ رسول میرعباسی‌نجف‌آبادی (۱۳۹۹). کاربرد توابع مفصل تودرتو برای تحلیل فراوانی چهارمتغیره خشکسالی‌های هواشناسی (مطالعه موردی: غرب ایران)، نشریه حفاظت منابع آب و خاک. سال ۱۰. شماره ۱. صفحات ۹۳-۱۱۱.

<https://sid.ir/paper/412787/fa>

خانی‌تلمیه، ذبیح‌اله؛ حسین رضایی؛ رسول میرعباسی‌نجف‌آبادی (۱۳۹۹ب). تحلیل فراوانی سه‌متغیره مشخصه‌های خشکسالی‌ها در شرق ایران با استفاده از توابع مفصل تودرتو، نشریه تحقیقات منابع آب ایران. سال ۱۶. شماره ۲. صفحات ۲۱۳-۲۰۲.

<https://sid.ir/paper/407726/fa>

سیاسر، هادی؛ ام‌البینی محمدرضایپور؛ مهرانه خدامرادپور (۱۴۰۳). پایش خشکسالی با استفاده از داده‌های سنجنده MODIS و مقایسه با شاخص هواشناسی SPI در دوره‌های کوتاه‌مدت مطالعه‌ی موردی: استان گلستان، مجله جغرافیا و توسعه، دانشگاه سیستان و بلوچستان، سال ۲۲، شماره ۷۴، صفحات ۱۸۶-۱۶۶.

<http://dx.doi.org/10.22111/GDIJ.2024.8175>.

شاکرسوره، فاطمه؛ اسماعیل اسدی (۱۳۹۷). ارتباط بین خشکسالی‌های هواشناسی و هیدرولوژیکی در دشت سلماس، مجله علمی‌پژوهشی مهندسی اکوسیستم بیابان، سال ۸، شماره ۲۲، صفحات ۱۰۰-۸۹.

[DOI: 10.22052/deej.2018.7.22.59](https://doi.org/10.22052/deej.2018.7.22.59). Iran.

شاملو، نازیلا؛ محمد تقی ستاری؛ خلیل ولی‌زاده کامران؛ حالیت آپ آیدین (۱۴۰۲). ارزیابی روش‌های پیش‌بینی شاخص ترکیبی خشکسالی کشاورزی (CDI) براساس تصاویر ماهواره‌ای با روش‌های یادگیری عمیق و یادگیری ماشین، نشریه آب و خاک. جلد ۳۷، شماره ۵، صفحات ۸۰۷-۷۸۷.

<https://doi.org/10.22067/jsw.2023.82798.1293>

ضرابی، مرتضی؛ ابوالفضل مساعدی؛ سید مجید هاشمی‌نیا؛ محمد قبائی‌سوق (۱۴۰۰). پایش وضعیت خشکسالی هواشناسی بر مبنای شاخص پالمر استاندارد شده (SPDI) در نواحی مختلف آب و هوایی کشور، دهمین کنفرانس بین‌المللی سامانه‌های سطوح آبرگیر باران. دانشگاه کردستان.

<https://civilica.com/doc/1411174>

عباسیان، محمد صادق (۱۳۹۸). توسعه یک مدل پایش و پیش‌بینی خشکسالی تحت تغییر اقلیم در مقیاس حوضه آبریز، رساله‌ی دکتری مهندسی عمران گرایش مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف. علمایی، محمد علی؛ امین زین‌العابدین؛ بهزاد قیاسی؛ عبدالرضا کرباسی (۱۳۹۸). توسعه شاخص ترکیبی خشکسالی منطقه‌ای و ارائه منحنی‌های دوره بازگشت با استفاده از تابع کاپولا، مجله علمی- پژوهشی مهندسی عمران مدرس. دوره ۱۹، شماره ۵، صفحات ۱۷۹-۱۶۷.

<http://mcej.modares.ac.ir/article-16-19588-fa.html>

فولادی، محمود (۱۳۹۹). کاربرد مدل‌های ترکیبی در پایش خشکسالی با استفاده از داده‌های سنجش از راه دور تحت سناریوهای تغییر اقلیم: ارزیابی با استفاده از معیارهای عملکرد فازی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران. مهندسی و مدیریت منابع آب. دانشکده مهندسی عمران. دانشگاه صنعتی اصفهان.

گودرزی، محمد رضا؛ آتیه فاتحی‌فر؛ فاطمه عوض‌پور (۱۳۹۸). بررسی دو متغیره تأثیر تغییر اقلیم بر خشکسالی با شاخص SPEI و توابع مفصل (مطالعه موردی: دوگنبدان)، مجله تحقیقات منابع آب ایران. سال ۱۱، شماره ۱، صفحات ۳۶۵-۳۵۲.

<https://sid.ir/paper/99999/fa>

میرزایی‌حسنلو، ایوب؛ هیراد عبقری؛ مهدی عرفانیان (۱۳۹۹). تحلیل روند بارندگی و شاخص تمرکز بارش در ایستگاه‌های سینوپتیک حوضه دریاچه ارومیه، مجله جغرافیا و توسعه. دانشگاه سیستان و بلوچستان. سال ۱۸، شماره ۵۹، صفحات ۴۰-۲۱.

<http://dx.doi.org/10.22111/GDIJ.2020.5458>

نظری پور، حمید (۱۳۹۴). توسعه یک شاخص ترکیبی چندمتغیره بر پایه تحلیل مؤلفه مبنا برای ارزیابی خشکسالی‌های آب-هواشناختی در جنوب شرق ایران (مطالعه موردی: حوضه سد پیشین)، جغرافیا و مخاطرات محیطی. دانشگاه فردوسی مشهد. دوره ۴. شماره ۱۵. صفحات ۹۱-۱۱۲.

[DOI: 10.22067/geo.v4i3.31626](https://doi.org/10.22067/geo.v4i3.31626)

هاشمی‌نسب، سیده آیدا (۱۳۹۷). ارائه شاخص ترکیبی پایش خشکسالی با استفاده از مدل ظرفیت نفوذ متغیر (VIC) و تئوری فازی (مطالعه موردی حوضه آبریز نیشابور)، رساله‌ی دکتری. دانشکده کشاورزی. دانشگاه فردوسی مشهد.

## References

- Al Adaileh, H., Al Qinna, M., Barta, K., Al-Karablieh, E., Rakonczai, J. & Alobeiaat, A (2019). A Drought Adaptation Management System for Groundwater Resources Based on Combined Drought Index and Vulnerability Analysis. *Earth Systems and Environment*, 3, 445-461.  
<https://doi.org/10.1007/s41748-019-00118-9>
- Balint, Z., Mutua, F., Muchiri, P. & Omuto, Ch.T (2013). Monitoring Drought with the Combined Drought Index in Kenya. *Developments in Earth Surface Processes*, 16, 291-313.  
<http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-59559-1.00023-2>
- Hossain, M.A., Rahman, M.M. & Hasan, S.S (2020). Application of combined drought index to assess meteorological drought in the south western region of Bangladesh. *Physics and Chemistry of the Earth*, 1-12.  
<https://doi.org/10.1016/j.pce.2020.102946>.
- Kavianpour, M., Seyedabadi, M., Moazami, S. & Aminoroayaie Yamini, O (2020). Copula Based Spatial Analysis of Drought Return Period in Southwest of Iran. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 64(4), 1051-1063.  
<https://doi.org/10.3311/PPci.16301>.
- Li, Y., Gong, Y. & Huang, Ch (2021). Construction of combined drought index based on bivariate joint distribution. *Alexandria Engineering Journal*, 60, 2825-2833.  
<https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.01.006>.
- Marwa Ali, Ghaith, M., Wagdy, A. & M. Helmi, A (2022). Development of a New Multivariate Composite Drought Index for the Blue Nile River Basin. *Water*, 14(6), 886, 1-24.  
<https://doi.org/10.3390/w14060886>
- McKee, T.B., Doesken, N.J. & Kleist, J (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*, 17(22), 179-184.
- Mishra, A., Singh, V.P. & Desai, V.R (2009). Drought characterization: a probabilistic approach. *Stochastic Environmental Research Risk Assessment*, 23(1), 41-55.  
<https://doi.org/10.1007/s00477-007-0194-2>.
- Sadeghfam, S., Mirahmadi, R., Khatibi, R., Mirabbasi, R. & Allah Nadiri, A (2022). Investigating meteorological/groundwater droughts by copula to study anthropogenic impacts. *Scientific Reports*, 12(8285), 1-16.  
<https://doi.org/10.1038/s41598-022-11768-7>.
- Steinmann, A (2003). Drought indicators and triggers: a stochastic approach to evaluation. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 39(5), 1217-1233.  
<https://doi.org/10.1111/j.1752-1688.2003.tb03704.x>.
- Waseem, M., Ajmal, M. & Kim, T.W (2015). Development of a new composite drought index for multivariate drought assessment. *Journal of Hydrology*, 527, 30-37.  
<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.04.044>